

# 改进的多项式+周期项模型的卫星钟差预报

廖建发<sup>1</sup>, 张艳兵<sup>2</sup>

(1. 海南水文地质工程地质勘察院, 海南 海口 571100;  
2. 河海大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 211100)

**摘要:** 针对现有的超快速钟差产品 IGU 精度较低以及无法满足实时 PPP 技术的问题, 提出了一种改进的多项式+周期项钟差预报模型。该模型采用多项式+周期项非线性函数对钟差数据进行滑动估计, 结合迭代法对拟合模型的随机误差进行自然修正, 以实现对卫星钟差的预报估计。通过与常见的多项式模型、灰色系统模型和多项式+周期项模型的对比分析, 结果表明: 改进的多项式+周期项模型更加适用于卫星钟差预报, 在 1 天内, 其预报精度 RMS 可以达到 0.57 ns, 最大偏离程度为 1 ns, 明显优于灰色系统模型和多项式+周期项模型; 随着预报时间的增长, 多项式模型、灰色系统模型和多项式+周期项模型的预报精度大幅降低, 而改进的多项式+周期项模型没有大幅的变化, 预报结果比较稳定。

**关键词:** 卫星钟差预报; 多项式+周期项非线性函数; 迭代法; 随机误差

**中图分类号:** P228.4      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1008-9268(2018)01-0091-05

## 0 引言

自从 20 世纪末, 美国学者 Zumberge 提出精密单点定位技术(PPP)以来, GNSS 定位技术经历着从双差定位模型到非差定位模型、从模糊度浮点解到整周模糊度固定、从后处理到实时的快速发展历程<sup>[1]</sup>。影响 PPP 的实时性的因素主要包括两方面: 高精度卫星产品的实时获取和整周模糊的快速固定。因此, 如何获取高精度的卫星产品成为实时 PPP 技术的关键一环。

目前, IGS 站提供的 IGU 产品, 其轨道精度实测部分可以达到 3 cm, 预报部分可以达到 5 cm, 都可以满足 PPP 技术的需要, 然而其卫星钟差只有在实测部分可以满足 PPP 技术的要求<sup>[2]</sup>。因此, 国内外学者对如何获取高精度的实时钟差产品进行了众多研究。主要分为两大类: 1) 基于定位模型的解析法; 分为非差法和历元间差分法。但是这些解析法会引入整周模糊度固定和增大随机误差的影响, 不利于钟差产品的实时获取和提高精度; 2) 基于实测部分的预报法, 常见的钟差预报方法包括多项式模型、灰色系统 GM(1,1)模型、和神经

网络模型等, 并且由这些简单的预报模型衍生出了众多的改进模型<sup>[3-10]</sup>。熊红伟等提出了基于一次差值的小波神经网络预报模型, 通过对在轨卫星钟差求一次差值, 实现了卫星钟差 1 ns 的预报精度<sup>[3]</sup>。孙大双等提出了顾及周期误差和随机特性的卫星钟差预报方法, 通过增加周期项与灰色模型改正, 提高了多项式模型的预报精度<sup>[4]</sup>。陶健春等在灰色 GM(1,1)模型的基础上增加了马尔科夫残差修正, 有效地提高了短期预报的精度<sup>[5]</sup>。蔡成林提出了一种超快速星历钟差预报的高精度修正方法, 通过对预报数据进行精度修正, 提高了钟差预报的稳定性<sup>[6]</sup>。虽然这些改进方法都在一定程度上优化了常见预报模型, 但仍有各自的缺点。

本文基于多项式项+周期项预报模型, 提出一种对一次差值进行滑动估计与随机误差迭代修正的钟差预报方法。首先对钟差数据进行一次差分, 增加钟差变化的波动特征; 然后利用多项式+周期项模型对一次差值做滑动估计; 接着根据最小二乘原理对预报值进行随机误差估计分配, 重新计算模型系数; 最后根据得到的模型系数进行下一步的滑动估计。本文用 IGS 站提供的采样间隔为 15

收稿日期: 2017-12-07

联系人: 张艳兵 E-mail: 1821708477@qq.com

min 的钟差产品进行卫星钟差预报, 通过对不同预报方法, 验证了本文方法的有效性。

## 1 改进的多项式+周期项模型

### 1.1 多项式+周期项模型

事物变化主要包括趋势变化、周期变化以及随机变化, 因此, 卫星钟差的变化模型可以假设为趋势变化、周期变化和随机变化的组合变化, 趋势变化可以用多项式进行表示, 周期变化可以用具有周期性的三角函数进行表示, 即:

$$\partial T_i = a_0 + a_1 t_i + a_2 t_i^2 + A \sin(\omega t_i + \varphi_0) + \epsilon, \quad (1)$$

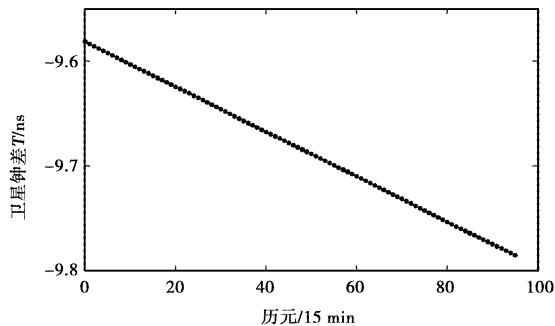


图 1 钟差原数据随历元的变化

为此, 在相邻历元间对卫星钟差进行做差, 即:

$$\begin{aligned} \Delta T_i &= \partial T_{i+1} - \partial T_i \\ &= a_1 \Delta t + a_2 \Delta t (2t_i + \Delta t) + \\ &\quad A \sin(\omega t_i + \varphi_0) (\cos \omega \Delta t - 1) + \\ &\quad A \cos(\omega t_i + \varphi_0) \sin \omega \Delta t + \epsilon. \end{aligned} \quad (2)$$

### 1.2 随机误差的修正

针对随机误差的修正, 可以通过对拟合残差序列的分析, 来估计预报值的残差序列, 但是这种做法使随机误差失去了其特有的随机特性, 且随着预报时间的增长, 其累积的误差也越来越大, 降低了卫星钟差预报的稳定性。因此, 本文提出一种基于迭代法的随机误差自然修正法, 主要分为以下几个步骤:

步骤 1: 首先采用 24 h IGU 实测部分的一次差值作为拟合值进行模型估计, 求得非线性函数  $\tilde{T} = f(t)$ ;

步骤 2: 由求得的非线性函数  $\tilde{T} = f(t)$  预报 6 h 的一次差值序列  $\{\Delta \tilde{T}_i \mid i = 97, 98, \dots, 120\}$ ;

式中:  $\partial T_i$  为历元时刻  $t_i$  的卫星钟差;  $a_0$ 、 $a_1$  和  $a_2$  分别为多项式的二阶系数;  $A$ 、 $\omega$  和  $\varphi_0$  分别为周期项的振幅、角速度和初相;  $\epsilon$  为卫星钟差的随机误差。

以 IGS 站 PG01 卫星 2017-11-11 的 15 min 采样间隔的精密钟差数据为例, 分析卫星钟差原数据和一次差值随观测历元的变化, 结果如图 1 和图 2 所示。从图 1 中可以看出: 由于历元间卫星钟差原数据变化量相对于原数据很小, 导致卫星钟差原数据对卫星钟差的波动变化反映不够明显; 而图 2 中的一次差值通过相邻历元间做差, 降低了实验数据的量级, 有利于卫星钟差模型的分析与预报。

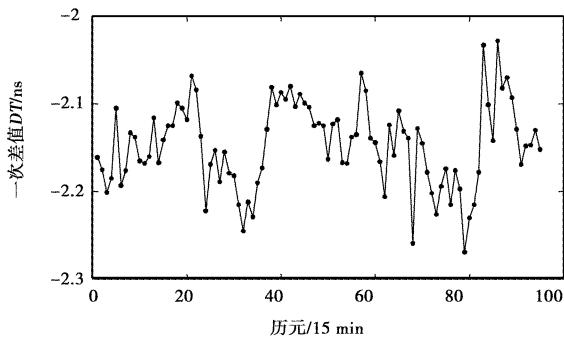


图 2 钟差一次差值随历元的变化

步骤 3: 将序列  $\{\Delta T_i \mid i = 25, 26, \dots, 96\}$  和  $\{\Delta \tilde{T}_i \mid i = 97, 98, \dots, 120\}$  重新组合作为拟合值进行随机误差修正, 通过多次迭代使 6 h 预报值逐渐逼近真值, 更新模型系数;

步骤 4: 用更新的拟合函数  $\tilde{T} = f(t)$  预报下一段的一次差值, 重复步骤 2 ~ 3, 直到完成所需时段的一次差值预报。

## 2 算例分析

本文采用 IGS 站提供的 2017 年 11 月 11 日到 13 日的 PG01 卫星的精密钟差产品 IGU 和 IGS, 首先用 11 日的 IGU 数据预报 12 日和 13 日的卫星钟差数据, 然后将预报的卫星钟差数据与 IGS 数据进行对比。为了验证本文算法的优越性与稳定性, 采用以下方案对 12 日的卫星钟差进行预报: 方案一: 采用多项式模型对 IGU 原数据与一次差数据进行短期预报; 方案二: 采用灰色 GM(1,1) 模型对 IGU 原数据与一次差数据进行短期预报; 方案三: 采用多项式+周期项模型对 IGU 原数据与一次差数据进行短期预报; 方案四: 采用改进的多

项式+周期项模型对 IGU 原数据与一次差数据进

行短期预报,预报结果如图 3 和表 1 所示。

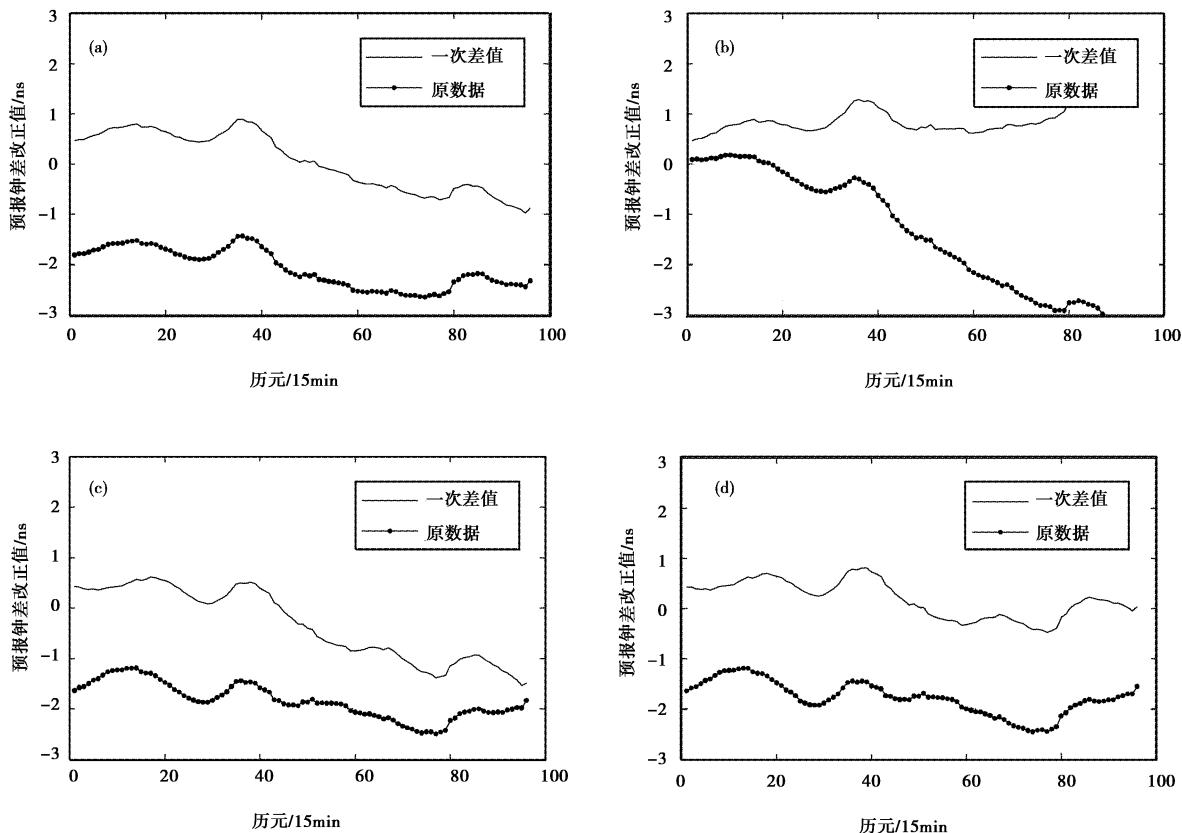


图 3 4 种模型一天预报结果 (a)多项式模型预报结果; (b)灰色 GM(1,1) 模型预报结果;  
(c)多项式十周期项模型预报结果; (d)改进的多项式十周期项模型预报结果

表 1 4 种模型一天预报结果精度分析

	原数据			一次差值		
	min/ns	RMS/ns	max/ns	min/ns	RMS/ns	max/ns
方案一	1.429 7	2.112 6	2.649 3	0.033 8	0.582 1	0.967 2
方案二	0.022 5	1.895 6	3.537 0	0.465 7	0.982 6	1.715 0
方案三	1.184 9	1.869 1	2.498 5	0.047 4	0.774 4	1.531 3
方案四	1.184 9	1.805 9	2.451 6	0.015 6	0.407 2	0.817 3

从图 3 中可以看到:多项式模型、多项式+周期项模型和改进的多项式+周期项模型对一次差值进行钟差预报的结果要优于对原数据的钟差预报结果;在开始的 40 个历元内,原数据的灰色系统预报值要优于一次差值的预报结果,但在一天的预报时间里,一次差值的灰色系统预报值比原数据的

预报值更加稳定。从表 1 可以看出:对于采用原数据或一次差值进行卫星钟差预报,改进的多项式+周期项模型 RMS 最小;对于一次差值,方案四预报的钟差值偏离真实值的最大程度也最小,最大值为 0.82 ns.

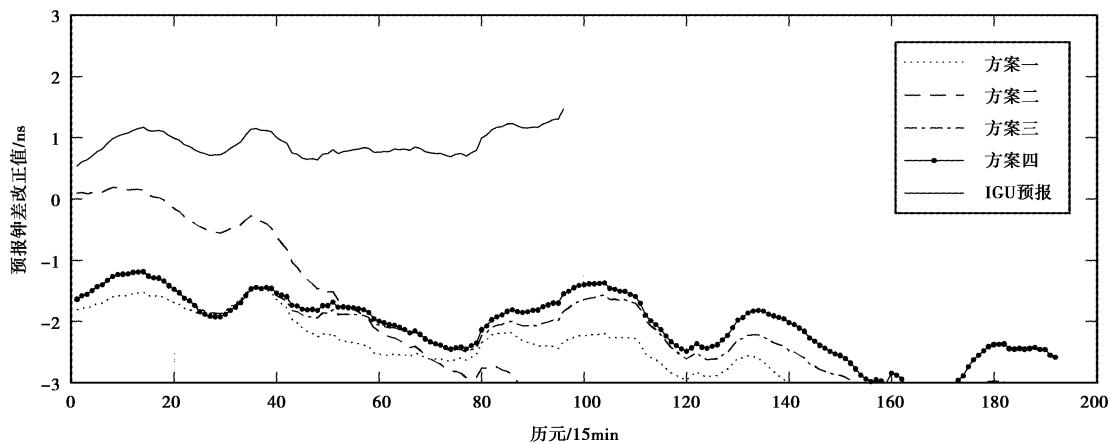


图 4 针对原数据 4 种模型预报结果与 IGU 的对比分析图

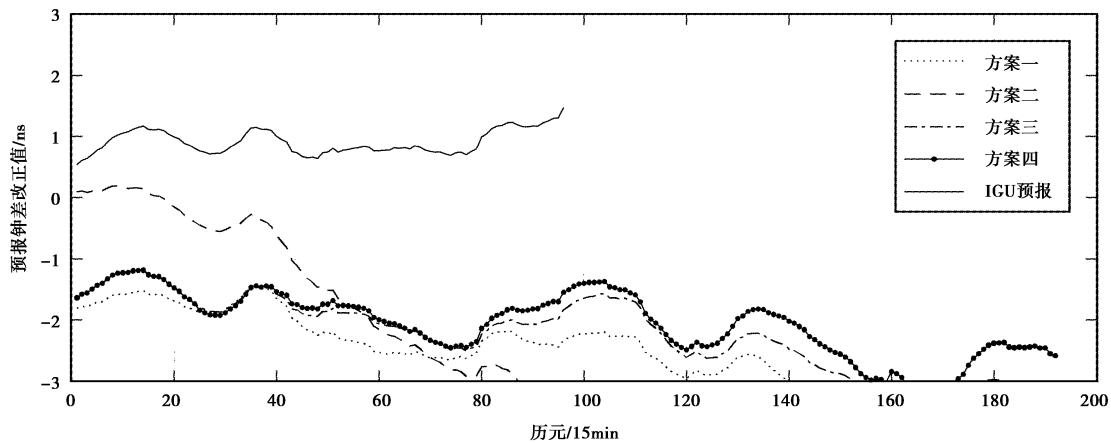


图 5 针对一次差值 4 种模型预报结果与 IGU 的对比分析图

从图 4 和图 5 中可以看到:针对原数据,4 种模型的钟差预报结果都要低于 IGU 的预报精度;针对一次差值 1 天的卫星钟差预报,灰色 GM(1,1) 模型、多项式 + 周期项模型与 IGU 的预报精度相差不大,而多项式模型与改正的多项式 + 周期项模型的预报精度明显优于 IGU 的预报精度;针对一次差值 2 天的卫星钟差预报,多项式模型、灰色 GM(1,1) 模型、多项式 + 周期项模型都出现了明显的趋势性预报,预报精度迅速降低,而改正的多项式 + 周期项模型预报值仍能达到 1.47 ns 的精度。这些结果证明了改正的多项式 + 周期项模型在 1 天内的短期预报中可以实现高精度预报,并且改正的多项式 + 周期项模型在多天的长期预报中稳定性比其它几种模型更高。

### 3 结束语

本文将多项式 + 周期项拟合模型和随机误差自然修正相结合进行卫星钟差预报。通过算例分析表明了:1) 相比原数据,一次差值更能准确反映卫星钟差的变化规律,便于卫星钟差通过某一模型近似表达;2) 多项式模型、改正多项式 + 周期项模型通过对一次差值的估计,可以在一天的钟差预报中达到 1 ns 的预报精度;3) 针对一次差值,多项式模型和多项式 + 周期项模型在 10 小时后的预报精度大幅降低,而针对原数据,两者的预报精度都比较稳定,没有出现预报精度大幅降低的现象,说明一次差值预报更容易受到预报模型趋势项误差的影响;4) 多项式 + 周期项模型在 10 小时内的预报精度优于多项式模型,说明了在多项式拟合函数上增加周期项,更符合卫星钟差的变化规律;5) 尽管

改进的多项式+周期项模型在最初 10 h 内的预报精度略微低于多项式+周期项模型,但其通过滑动估计与实时随机误差修正模型,降低了趋势项与随机误差对卫星钟差预报精度的影响,实现了 1 天内 RMS 为 0.41 ns 的卫星钟差预报。

## 参考文献

- [1] 张小红,李星星,李盼. GNSS 精密单点定位技术及应用进展[J]. 测绘学报,2017,46(10):1399-1407.
- [2] 李征航,黄劲松. GPS 测量与数据处理[M]. 武汉:武汉大学出版社,2016.
- [3] 熊红伟,程新文,张海涛,等. 卫星钟差单差的小波神经网络预报[J]. 测绘科学,2017,42(9):9-14,48.
- [4] 孙大双,吕志平,王宇谱,等. 一种顾及钟差周期误差和随机特性的卫星钟差预报方法[J]. 大地测量与地球动力学,2016,36(12):1078-1082.
- [5] 陶健春,王秉钧. 改进的灰色 GM(1,1) 在北斗卫星钟差短期预报中的应用[J]. 工程勘察,2017,45(4):55-59.
- [6] 蔡成林,何成文,韦照川. 一种 GPS IIR-M 型卫星超快星历钟差预报的高精度修正方法[J]. 测绘学报,2016,45(7):782-788.
- [7] 蔡成林,于洪刚,韦照川,等. 基于 Takagi-Sugeno 模糊神经网络模型的卫星钟差预报方法[J]. 天文学报,2017,58(3):113-126.
- [8] 王宇谱,吕志平,周海涛,等. 基于修正钟差一次差分数据的卫星钟差预报[J]. 大地测量与地球动力学,2016,36(12):1073-1077.
- [9] 王利,张勤,黄观文,等. 基于指数平滑法的 GPS 卫星钟差预报[J]. 武汉大学学报(信息科学版),2017,42(7):995-1001.
- [10] 程瑞江,陈西宏,刘赞,等. 一种遗传算法优化的卫星钟差预报[J]. 测绘科学,2017,42(5):25-28,34.

## 作者简介

廖建发 (1983—),男,助理工程师,研究方向为工程测量及数据处理。

张艳兵 (1992—),男,硕士研究生,研究方向为测量数据处理理论与方法。

## Satellite Clock Error Prediction of Improved Polynomial and Periodic Model

LIAO Jianfa, ZHANG Yanbing

(Heavy Hydrogeological Engineering Geological Prospecting Institute, Haikou 571100, China;  
College of Earth Science and Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that accuracy of the existing ultra-fast clock error products is too low to meet the real-time PPP technology, an improved polynomial and periodic clock error prediction model is proposed. The model first uses the polynomial and periodic nonlinear function to make a sliding estimation of the clock error data, and then uses the iterative method to naturally correct the random error of the fitting model to realize the prediction and estimation of the satellite clock error. Compared with the common polynomial model, the gray system model and the polynomial and periodic model, the results show that the improved polynomial and periodic model is more suitable for satellite clock error forecasting, and RMS of the forecast results can reach 0.57 ns and the maximum deviation is 1 ns within a day, which is obviously better than the gray system model and the polynomial and periodic model. With the increase of forecasting time, the forecasting accuracy of the polynomial model, the gray system model and the polynomial and periodic model greatly decreases, while the improved polynomial and periodic model does not change significantly, and the forecast result is stable.

**Keywords:** Satellite clock error forecast; the polynomial and periodic nonlinear function; iteration method; random error