



顾及控制点空间分布的坐标转换模型研究

贺俊凯, 徐东升, 王明远, 李明峰

Research on coordinate transformation model considering the spatial distribution of control points

HE Junkai, XU Dongsheng, WANG Mingyuan, and LI Mingfeng

引用本文:

贺俊凯, 徐东升, 王明远, 等. 顾及控制点空间分布的坐标转换模型研究[J]. *全球定位系统*, 2022, 47(1): 18–22. DOI: [10.12265/j.gnss.2021120204](https://doi.org/10.12265/j.gnss.2021120204)

HE Junkai, XU Dongsheng, WANG Mingyuan, et al. Research on coordinate transformation model considering the spatial distribution of control points[J]. *Gnss World of China*, 2022, 47(1): 18–22. DOI: [10.12265/j.gnss.2021120204](https://doi.org/10.12265/j.gnss.2021120204)

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12265/j.gnss.2021120204>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

模型的高精度抗差坐标转换算法研究

Research on Resistance Coordinate Transformation Method of High Accuracy Based on IGGIII Model

全球定位系统. 2017, 42(5): 25–28

关于重心基准的坐标转换方法研究

Discussion on Plane Coordinate Transformation Based on Barycentre Datum

全球定位系统. 2018, 43(1): 15–18

顾及控制点均匀性的无人机实景三维建模精度分析

Unmanned aerial vehicle realistic 3D modeling accuracy analysis considering control point uniformity

全球定位系统. 2021, 46(1): 20–27

基于RANSAC的坐标系转换抗差算法研究

Research on robust algorithm of coordinate system transformation based on RANSAC

全球定位系统. 2019, 44(1): 39–47

ITRF框架与CGCS2000坐标转换的研究

Research on Coordinate Transformation Between ITRF Frame and CGCS2000

全球定位系统. 2017, 42(6): 79–83

无转换参数下参考框架间Helmert直转模型及精度分析

New method for helmert transformation without direct conversion parameters and precision analysis

全球定位系统. 2021, 46(1): 62–67, 88



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.12265/j.gnss.2021120204

顾及控制点空间分布的坐标转换模型研究

贺俊凯¹, 徐东升², 王明远², 李明峰¹

(1. 南京工业大学 测绘科学与技术学院, 南京 211800;
2. 江苏省地质矿产局第二地质大队, 江苏 常州 213022)

摘要: 针对目前坐标转换中公共点选取缺乏依据、坐标转换精度难以保证的问题, 研究了基于控制点空间分布的坐标转换模型. 提出了控制点均匀度的概念, 研究了控制点均匀度和密度的表达方法, 分析了公共点均匀度和密度对坐标转换模型精度的影响, 构建了顾及控制点空间分布的坐标转换模型, 探讨了地方坐标系与 CGCS2000 的坐标转换流程, 并结合实例验证了该模型的有效性.

关键词: 坐标转换; 独占圆; 公共点; 均匀度; 密度

中图分类号: P228.4; P226⁺.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1008-9268(2022)01-0018-05

0 引言

不同基准下的坐标转换是基于两种坐标系下的公共控制点(以下简称公共点), 通过坐标转换模型计算转换参数而实现的. 影响坐标转换精度的因素不仅包括转换模型和控制点坐标误差, 还包括公共点的空间分布等因素. 关于转换模型与控制点精度影响的研究已相对比较成熟, 形成了较为完善的理论和方法^[1-4].

近年来, 关于公共点选取的研究取得了一定进展. 王玉成等^[5]、焦立芬^[6]等研究发现, 适当增加公共点个数能有效地提高转换精度; 公共点分布越均匀, 所得转换精度越稳定. 周跃寅等^[7]研究了公共点图形外围和内部点位精度与公共点空间分布的关系. 但控制点分布的均匀性尚缺乏数学描述, 影响了坐标转换模型的精度和效率. 因此, 分析公共点空间分布对坐标转换模型精度的影响, 构建顾及控制点空间分布的坐标转换模型, 对当前广泛推行的原有坐标系向 CGCS2000 的转换具有重要的理论意义和实际应用价值.

本文根据独占圆^[8]思想提出控制点均匀度(UCP), 利用平均最邻近距离表征控制点密度, 分析控制点空间分布对坐标转换模型精度的影响, 构建公共点空间分布约束下的坐标转换模型, 并结合实例验证模型的有效性.

1 控制点空间分布

1.1 控制点均匀度

表征点集空间分布均匀程度的指标有多种, 主要分为基于密度的方法与基于最邻近点间距离的方法. 已有研究表明, 基于密度的方法并不能有效地表征点的离散程度^[9]. 本文将基于独占圆思想, 提出 UCP 概念并建立表达模型.

在 n 个控制点组成的集合中, 以某控制点为圆心, 以其到最邻近控制点欧氏距离的一半为半径所画的圆为该控制点的独占圆. 平面内各独占圆皆不重叠, 最近的空间关系是相切.

如图 1 所示, d_{12} 是点 1、点 2 间的欧氏距离; D_1 为点 1 至所有点的距离中最小值, 称为点 1 的最邻近距离; r_1 为 D_1 的一半, 定义为点 1 独占圆的半径 r_1 . 两点间欧氏距离 d_{ij} 与最邻近距离 D_i 的计算公式如式 (1)~(2) 所示:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2},$$
$$(i, j = 1, 2, \dots, n; j \neq i), \quad (1)$$

$$D_i = \min \{d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{in-1}\}. \quad (2)$$

式中: x_i, y_i 为 i 点的坐标; x_j, y_j 为 j 点的坐标.

收稿日期: 2021-12-02

资助项目: 国家自然科学基金项目 (41974214); 江苏省地质矿产勘查局科研项目 (2020KY03); 江苏省自然资源科技计划项目 (KJXM2020064)

通信作者: 李明峰 E-mail: njuter@163.com

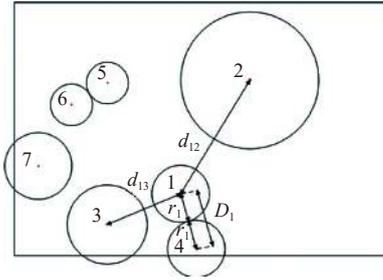


图 1 独占圆示意图

对各独占圆位于坐标转换区域内的面积求和,该面积和可以在一定程度上表示控制点均匀程度;面积和越大,控制点集越均匀.设区域内面积和为 a ,其计算公式为

$$a = \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^n (\pi r_i^2 - s_i). \quad (3)$$

式中: a_i 为第 i 个独占圆在转换区域内的有效面积; s_i 为其超出区域的面积; r_i 为其独占圆半径.

显然, a 相同并不代表其均匀程度一致.结合图 1 可以推断,在 a 一定的情况下,各独占圆面积越相近,控制点分布越均匀.设 r'_i 为与面积 a_i 对应的有效独占圆半径,则有

$$r'_i = \sqrt{\frac{a_i}{\pi}}. \quad (4)$$

在控制点均匀度表达中应考虑独占圆面积大小的离散程度,其程度可以用有效独占圆半径中误差 σ_r 表示

$$\sigma_r = \pm \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r'_i - \bar{r}')^2}. \quad (5)$$

为了使独占圆面积和能更加准确地表示均匀程度,通过离散程度对面积和 a 赋以权重.设权为 p_r ,经实验可知, p_r 取值范围为 $2/3 \sim 1$ 时,均匀度与坐标转换精度拟合效果最佳,因此有

$$p_r = 1 - \frac{\sigma_r}{3 \sqrt{\frac{A}{\pi}}}. \quad (6)$$

式中, A 为坐标转换区域面积. p_r 越接近 1,说明各独占圆的面积越相近,均匀度越高.

控制点等间距行列排布时控制点分布最均匀.为了更好地表述控制点均匀度,顾及独占圆间的间隙,控制点均匀度 L 计算公式为

$$L = \frac{4a}{\pi A} p_r. \quad (7)$$

L 的大小直观反映了控制点的均匀分布程度.控制点分布越均匀,各独占圆的面积越相近,则独占圆面积总和 a 越大, L 越趋近于 1.即有

$$L = \begin{cases} 0 & , \text{控制点完全聚集} \\ 1 & , \text{控制点规则排列} \\ 0 < L < 1 & , \text{控制点随机分布} \end{cases}. \quad (8)$$

1.2 控制点密度

控制点密度描述转换区域内控制点的疏密程度,即坐标转换时研究区范围不变,其密度指标是指控制点的个数.坐标转换中公共点个数应大于转换模型要求的最低个数,同时与坐标转换计算量有关.已有研究表明,坐标转换区域内公共点个数存在最佳值^[6].

在控制点均匀度相近的情况下,控制点的个数直接影响控制点间平均最邻近距离,距离越大则控制点集分布越稀疏,反之控制点集分布越密集.因此,控制点间平均最邻近距离 d_{\min} 可以同等反映控制点分布的疏密程度,同样存在最优值.坐标转换区域大小不同,公共点最优个数也不同.设该种地形下某等级控制点的最优平均最邻近距离为 d_{\min}^* ,则最佳公共点个数 t 可根据下式计算:

$$t = \frac{A}{\pi (d_{\min}^*/2)^2}. \quad (9)$$

2 控制点均匀度与密度约束下的坐标转换模型

基于上述分析,构建 UCP 与密度约束下的坐标转换模型,探讨地方坐标系到 CGCS2000 的坐标转换流程.常用的坐标转换模型有布尔莎模型、莫洛金斯基模型、二维四参数模型等模型.在三维坐标转换中,布尔莎模型应用最广泛,其通过对坐标系的平移、缩放与旋转完成不同基准下的空间直角坐标转换.因此,本文基于布尔莎模型展开讨论,该模型共有 7 个转换参数,至少需要 3 个公共已知点,其坐标转换公式为

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix} + (1+k) \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_Z & -\varepsilon_Y \\ -\varepsilon_Z & 1 & \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y & -\varepsilon_X & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中: X_1 、 Y_1 、 Z_1 为原坐标系下坐标; X_2 、 Y_2 、 Z_2 为待转换坐标系下坐标; T_X 、 T_Y 、 T_Z 为平移参数; ε_X 、 ε_Y 、 ε_Z 为旋转参数; k 为尺度参数.

顾及高程异常值精度较低对大地高的影响,结合王解先等^[10]研究得出大地高误差对转换得到的平面坐标影响很小的结论,本模型在转换后将坐标投影到

平面,并评定转换精度。

控制点密度和均匀度从两个角度反映了控制点的空间分布特征,两者间存在一定联系。 t 较小时,随机选取的不同组公共点间 L 差异较大;随着 t 值增加, L 离散程度有所下降。实际转换中,应首先根据式(9)确定公共点个数 t ,再寻找 L 能符合条件的公共点组合,因此两者并不会相互影响。

模型从平面内外符合精度来评估坐标转换精度。内符合精度 σ_{in} 由公共点平差的验后单位权中误差评定。外符合精度 σ_{out} 由检核点转换前后坐标残差的均方根值表示,其计算方法如式(11)所示:

$$\sigma_{out} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}}, \quad (11)$$

$$\Delta_i = \pm \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}.$$

式中: Δx_i 、 Δy_i 为检验点转换前后 x 、 y 方向上的坐标差; n 为检验点个数。

基于上述讨论,建立顾及控制点空间分布约束的坐标转换模型,转换流程如图2所示。

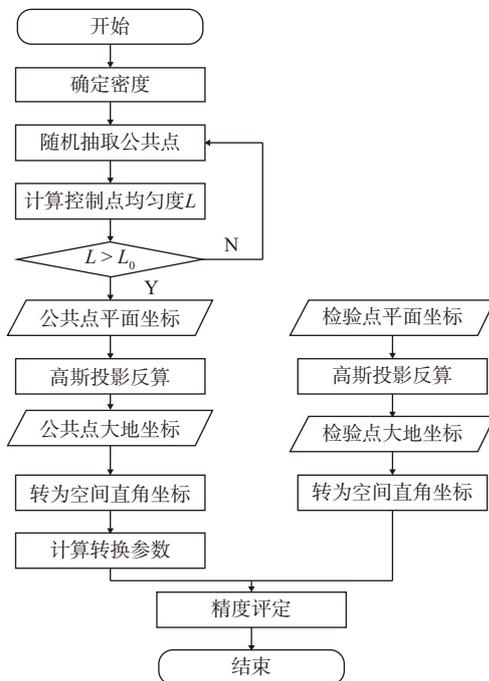


图2 均匀度与密度约束下的坐标转换流程

坐标转换具体步骤如下:

1) 根据已知的 d_{min}^* 值,使用式(9)求出所需公共点数 t 。

2) 随机选取 t 个控制点为公共点,计算均匀度 L 。设阈值为 L_0 ,若 $L > L_0$,则使用其计算转换参数;否则继续随机选取公共点。若循环次数 m 高于限定值,则

会选取其中 L 最大的一组公共点。

3) 将公共点平面坐标经高斯反算得到大地坐标,再将大地坐标 (B, L, H) 换算为空间直角坐标。

4) 使用布尔莎模型计算转换参数,将检验点转换至目标坐标系下。

5) 将检验点转换后空间直角坐标投影至平面,并依据式(11)评定精度。

3 算例分析

某区域面积 $5\,079.2\text{ km}^2$,整体地形较为平坦,共有GPS控制网成果点235个,包括D级点81个与E级点154个。以该区域地方坐标转换至CGCS2000坐标为例,分析空间分布对转换精度的影响,求解该区域的坐标转换模型并验证其有效性。

3.1 控制点密度对坐标转换精度影响

为便于求解坐标转换参数与分析讨论,首先选取3个控制点作为公共点,并逐渐增加至15个。对于不同的 t 值,随机选取若干组 $0.4 < L < 0.5$ 的D级控制点集计算转换参数,使用均匀分布的E级点作为检核点,记录各组内外符合精度的精度平均值 $\bar{\sigma}_{in}$ 与 $\bar{\sigma}_{out}$ 。实验结果如表1所示。

表1 控制点密度与转换精度关系

| 控制点 t | d_{min}/m | $\bar{\sigma}_{in}/\text{mm}$ | $\bar{\sigma}_{out}/\text{mm}$ | $\bar{\sigma}_{out}$ 占比/% | | |
|---------|--------------------|-------------------------------|--------------------------------|---------------------------|----------|-------|
| | | | | 0~1.5 mm | 1.5~3 mm | >3 mm |
| 3 | 46 429 | 0.685 | 3.418 | 9.5 | 61.9 | 28.6 |
| 5 | 35 964 | 0.726 | 1.921 | 21.1 | 73.6 | 5.3 |
| 7 | 30 395 | 0.828 | 1.852 | 11.1 | 88.9 | 0 |
| 9 | 26 806 | 0.807 | 1.778 | 18.3 | 81.7 | 0 |
| 11 | 24 246 | 0.872 | 1.705 | 7.4 | 92.6 | 0 |
| 13 | 22 303 | 0.912 | 1.709 | 3.7 | 96.3 | 0 |
| 15 | 20 763 | 0.924 | 1.716 | 0 | 100.0 | 0 |

由表1可以得出以下结论:

1) 随着 t 值增加, $\bar{\sigma}_{in}$ 基本上呈不断增大趋势,内符合精度降低;

2) $t=3$ 时,控制点组合 d_{min} 值过大, $\bar{\sigma}_{out}$ 最大, $\bar{\sigma}_{out} > 3\text{ mm}$ 的公共点集所占比例最高,此时坐标转换的精度最低;

3) 增加公共点数量,检验点 $\bar{\sigma}_{out}$ 显著减小,大于 3 mm 的控制点所占比例明显降低, $\bar{\sigma}_{out}$ 向 $1.5\sim 3\text{ mm}$ 区域集中,坐标转换精度提高;

4) $t > 7$ 时,坐标转换精度提升减缓;当 $t = 11$ 时,

坐标转换精度最高,即该地形下 D 级公共点 d_{\min}^* 值为 24 km; 当 $t > 13$ 时,坐标转换精度反而降低。

3.2 公共点均匀性对坐标转换精度影响

基于 3.1 节中的结论,公共点数 t 取 11. 从 D 级点中随机选取 11 个作为公共点,统计控制点均匀度 L 和外符合精度 σ_{out} . 为充分反映规律,进行多组实验,并对结果进行幂函数拟合. 以上述方法计算得到的 L 和 σ_{out} 的关系,如图 3 所示,图中每个点表示每组转换的 σ_{out} .

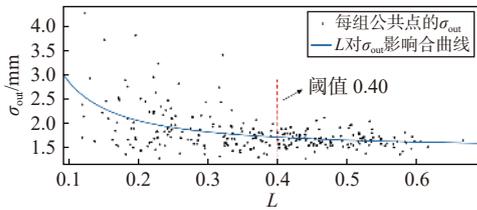


图 3 L 对 σ_{out} 的影响拟合曲线

由图 3 可知:

1) L 较低时的公共点计算得到的 σ_{out} 离散且基本偏大;

2) 随着 L 的提高, σ_{out} 逐渐向 2 mm 以下集中,且不再出现较大误差;

3) 随 L 的提高, σ_{out} 降幅越来越小; 在 L 超过 0.40 后,拟合曲线趋于平缓, L 增加对精度的影响作用有限。

因此,在实际应用中选取 L 大于 0.40 的组合,可有效保证坐标转换精度。

4 结 语

本文通过研究控制点均匀度与密度对坐标转换精度的影响,构建了顾及控制点空间分布的坐标转换模型,解决了坐标转换中公共点选取缺乏标准的问题. 具体结论如下:

1) 公共点选取应兼顾转换区域控制点的均匀度与密度,先确定公共点密度,再决定均匀度;顾及控制点空间分布的坐标转换模型可有效提高转换精度;

2) 坐标转换精度随公共点均匀度增加呈提高趋

势, L 达到 0.4 后可满足坐标转换的精度要求;

3) 公共点密度对应坐标转换精度具有最佳值; 以平坦地区 D 级控制点作为公共点时, d_{\min} 取 24 km 所得转换精度最高。

本文只考虑了均匀度与密度指标,地形起伏较大区域内坐标转换精度可能与所选公共点的竖直方向分布有关,后续研究中应考虑控制点高程的影响。

参考文献

- [1] 王阿昊,王解先,陈俊平. 同时考虑公共点新老坐标误差的三维坐标转换模型[J]. 全球定位系统, 2016, 41(5): 61-65.
- [2] 陈宇,白征东,罗腾. 基于改进的布尔莎模型的坐标转换方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 30(3): 71-73,78.
- [3] 方兴,曾文宪,刘经南,等. 三维坐标转换的通用整体最小二乘算法[J]. 测绘学报, 2014(11): 1139-1143.
- [4] 刘忠贺,李宗春,郭迎钢,等. 利用RANSAC算法筛选坐标转换中相对稳定公共点[J]. 测绘科学技术学报, 2019, 36(5): 487-493.
- [5] 王玉成,胡伍生. 坐标转换中公共点选取对于转换精度的影响[J]. 现代测绘, 2008, 31(5): 13-15.
- [6] 焦立芬. 基于坐标转换重合点的分布、密度、精度与转换精度分析[J]. 测绘技术装备, 2013(4): 25-28.
- [7] 周跃寅,潘国荣. 公共点分布对坐标转换精度的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 2013(2): 105-109.
- [8] 罗传文. 点空间分析-分维与均匀度[J]. 科技导报, 2004(10): 51-54.
- [9] 陆权. 点集空间分布特征的分形描述方法[D]. 成都: 西南交通大学, 2019.
- [10] 王解先,邱杨媛. 高程误差对七参数转换的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 2007, 27(3): 25-27,38.

作者简介

贺俊凯 (1999—), 男, 硕士, 研究方向为三维激光点云测量数据处理。

徐东升 (1970—), 男, 高级工程师, 研究方向为工程测量。

王明远 (1989—), 男, 工程师, 研究方向为工程测量及变形监测。

Research on coordinate transformation model considering the spatial distribution of control points

HE Junkai¹, XU Dongsheng², WANG Mingyuan², LI Mingfeng¹

(1. School of Geomatics Science and Technology, Nanjing Tech University, Nanjing 211800, China;

2. The 2nd Geological Brigade of Jiangsu Geology & Mineral Exploration Bureau, Changzhou 213022, China)

Abstract: To guarantee the accuracy of coordinate transformation, a coordinate transformation model was studied through selecting the proper coincident points based on the spatial distribution of control points. With the models to describe the uniformity and density of control points set up, the influence of uniformity and density of coincident points on the accuracy of coordinate transformation model was discussed. A coordinate transformation model was constructed with the spatial distribution of control points taken into account, and the coordinate transformation process between the local coordinate system and CGCS2000 was discussed. At last, the effectiveness of the new model was verified with examples.

Keywords: coordinate transformation; monopolized circle; coincident point; uniformity; density

(上接第 8 页)

dual-ports memory, completes correlation through coefficient variable matched filter, analyses the spectrum of correlation result by FFT. Finally, the maximum value of FFT output is verified to finish the Doppler estimation and acquisition process. The proposed method saves 50% hardware resources while reaching the same integration time, and can improve the Doppler resolution which can improve the probability of signal tracking. The experiment results show that this method can implement modern multi-frequency GNSS signals acquisition through the flexible configuration.

Keywords: navigation signals; pre-average process; coefficient variable matched filter; fast acquisition algorithms; Doppler resolution