全球定位系统
GNSS World of China
• 中国科学引文数据库（CSCD）
• 中文科技期刊数据库
• 中国核心期刊（遴选）数据库
• 日本科学技术振兴机构数据库（JST）
• 中国学术期刊（网络版）（CNKI）
• 中国学术期刊综合评价数据库（CAJCED）
• 中国超星期刊域出版平台

不同轨道类型LEO卫星轨道拟合及预报精度研究

谭理庆，彭　琦，曹　阳，杨　鑫，唐　帅，刘　俊

Research on orbit fitting and forecasting accuracy of different orbit types' LEO satellites

TAN Liqing, PENG Qi, CAO Yang, YANG Xin, TANG Shuai, and LIU Jun

引用本文:
谭理庆，彭琦，曹阳，等．不同轨道类型LEO卫星轨道拟合及预报精度研究[J]．全球定位系统，2022，47(2)：44–51．DOI：10.12265/j.gnss.2021083101
TAN Liqing, PENG Qi, CAO Yang, et al. Research on orbit fitting and forecasting accuracy of different orbit types' LEO satellites[J]. Gnss World of China, 2022, 47(2): 44–51. DOI: 10.12265/j.gnss.2021083101

在线阅读 View online: https://doi.org/10.12265/j.gnss.2021083101

第 47 卷 第 2 期
2022 年 4 月
全 球 定 位 系 统
GNSS World of China
Vol. 47, No. 2
April, 2022

DOI: 10.12265/j.gnss.2021083101

不同轨道类型 LEO 卫星轨道拟合及预报精度研究

谭理庆, 彭琦, 曹阳, 杨鑫, 唐帅, 刘俊
(重庆两江卫星移动通信有限公司, 重庆 401120)

摘 要: 低轨道地球卫星 (LEO) 的精度直接影响到 LEO 卫星的应用领域, 因此研究合适的模型提高 LEO 卫星轨道插值/预报精度是一项很有意义且必要的工作. 本文详细研究了滑动切比雪夫多项式、克里金算法在不同类型 LEO 轨道的拟合、预报精度. 结果表明: 采用合适的拟合策略, 两种算法均能获得毫米级的插值精度; 相较于滑动切比雪夫多项式, 克里金算法拟合轨道的空间误差分布更为集中, 未随着历元变化出现大幅波动. 克里金算法预报轨道的精度低于滑动切比雪夫多项式; 采用克里金算法预报 60 s, 各颗 LEO 卫星轨道预报的精度在 1~2.5 m; 采用滑动切比雪夫多项式预报 120 s, 各颗 LEO 卫星可获得优于 5 m 的轨道精度.

关键词: 低轨道地球卫星 (LEO); 滑动切比雪夫多项式; 克里金; 轨道拟合; 轨道预报

中图分类号: P228.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1008-9268(2022)02-0044-08

0 引 言

近年来, 世界许多大国及公司陆续提出并开始建设服务于卫星互联网、物联网的低轨卫星星座, 其中部分星座还具备导航增强服务功能. 未来, 低轨卫星系统不仅可以促进卫星导航增强系统向星/地基增强一体化方向快速发展[1-2], 更能助力构建集通信、导航、遥感于一体的天基信息实时服务系统[3], 而高精度、高可靠的低轨卫星轨道是实现上述功能的前提保障条件之一. 高精度最终/预报精密星历通常都只给出具有一定时间间隔的卫星位置, 因此必须通过拟合插值获得需要时刻的卫星位置. 同时为了保障星座的安全运行, 当低轨道地球 (LEO) 卫星无法获得实时定轨结果时, 还需要利用前面历元的定轨结果进行一定时间的外推预报.

目前通常以一定时间间隔给出卫星轨道根数或空间位置, 可通过拟合/插值获得任意所需时刻的卫星位置; 对于 LEO 卫星轨道拟合/插值的研究大多基于切比雪夫多项式、拉格朗日多项式、牛顿多项式[4-6], 上述三种方法在实际应用中插值点在插值弧段中间部分可以取得较高精度, 但在靠近插值弧段两端部分会随着多项式阶数的增加而出现龙格现象. 此外, 最佳平方逼近多项式[7]、最小二乘曲线拟合[8] 等方法也被用于 LEO 卫星轨道拟合插值, 均取得了厘米级精度. 在 LEO 卫星轨道短期预报方面, 基于动力学的方法可以实现对低轨卫星长时间、高精度的预报[9-10], 但计算复杂, 实时高精度的预报难以实现; 基于先验卫星轨道位置, 采用多项式的方法可以进行实时、短期高精度的预报, 目前切比雪夫多项式、最佳平方逼近多项式等方法均取得了较高的短期预报精度[4-8]. 但目前关于克里金算法在 LEO 轨道拟合与预报的研究尚未发现, 本文详细研究了滑动切比雪夫多项式、克里金算法在不同类型 LEO 轨道的插值拟合精度, 以及两种算法的短期轨道预报效果, 以其为未来 LEO 卫星相关应用做出些许贡献.

1 算法原理

1.1 滑动切比雪夫多项式算法

采用切比雪夫多项式拟合全球卫星导航系统 (GNSS) 卫星轨道时, 待拟合点位于拟合弧段中间部分可以获得高稳定、高精度的位置坐标[11-12]. 滑动切比雪夫多项式算法的实质及流程可概述为: 根据轨道待拟合点的时间, 选择合适的拟合轨道弧段, 使得待拟合点位于弧段中间, 再采用切比雪夫多项式计算待拟合点的位置坐标[13-15], 其计算原理如下:

1) 切比雪夫多项式的自变量区间为 $[-1, 1]$, 因此需将拟合轨道弧段内各点的时间 t 归化到 $[-1, 1]$. 设拟合轨道弧段对应的时间段为 $[t_1, t_2]$, 则 t 对应的

收稿日期: 2021-08-31
通信作者: 曹阳 E-mail: yangcao913@gmail.com

变量 τ 可表示为:

$$\tau=\frac{2(t-t_1)}{t_2-t_1}-1, \tau\in[-1,1], t\in[t_1,t_2]. \tag{1}$$

2) 根据切比雪夫多项式, 卫星各个时刻 t 对应的坐标可以表示为

$$\begin{cases} X(t)=\sum\limits_{i=0}^{n} Q_{X,i}T_i(\tau) \\ Y(t)=\sum\limits_{i=0}^{n} Q_{Y,i}T_i(\tau) \\ Z(t)=\sum\limits_{i=0}^{n} Q_{Z,i}T_i(\tau) \end{cases}. \tag{2}$$

式中: $Q_{X,i}$、$Q_{Y,i}$、$Q_{Z,i}$分别表示卫星参与拟合各历元 X、Y、Z 坐标分量对应的切比雪夫系数; n 为切比雪夫多项式的阶数; $T_i(\tau)$为切比雪夫多项式, 其计算方法为

$$\begin{cases} T_0(\tau)=1 \\ T_1(\tau)=\tau \\ T_k=2\tau T_{k-1}(\tau)-T_{k-2}(\tau) \\ \tau\in[-1,1] \\ k\geqslant 2 \end{cases}. \tag{3}$$

3) 根据式 (2)、(3) 分别构建 X、Y、Z 方向方程及矩阵, 求解拟合弧段内各参与拟合历元对应的系数. 此处以 X 方向为例, 假设参与拟合的历元数目为 m ($m\geqslant n$), 则切比雪夫多项式矩阵 $\boldsymbol{T}$ 可表示为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} T_0(\tau_1) & T_1(\tau_1) & \cdots & T_n(\tau_1) \\ T_0(\tau_2) & T_1(\tau_2) & \cdots & T_n(\tau_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_0(\tau_m) & T_1(\tau_m) & \cdots & T_n(\tau_m) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

同时切比雪夫系数矩阵、及 X 坐标矩阵可分别表示为$\boldsymbol{Q}_X$、$\boldsymbol{X}_f$:

$$\boldsymbol{Q}_X=\begin{bmatrix} Q_{X,1} \\ Q_{X,2} \\ \vdots \\ Q_{X,n} \end{bmatrix}, \boldsymbol{X}_f=\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{bmatrix}. \tag{5}$$

根据最小二乘原理, 切比雪夫系数可表示为式 (6), 详细解算原理可参考[10]

$$\boldsymbol{Q}_X=\left(\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}\right)^{-1}\left(\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_f\right). \tag{6}$$

同理可求解出 Y、Z 方向对应的切比雪夫系数.

4) 根据原理 3) 中求得的切比雪夫系数, 将待拟合点的时间 t 带入式 (1)、(2)、(3), 求出待拟合点的位置坐标.

1.2　克里金插值算法

克里金算法由南非采矿工程师 D.G.Krige 于 1951 年首次提出, 是一种求最优、线形、无偏的空间内插方法[16], 该方法充分考虑到参与拟合各点之间、待插值点与各参与拟合点之间的空间相互关系, 对每一个参与拟合的点赋予一定的权重系数, 加权得到待插值点值. 同时, 已有的研究表明当待插值点位于拟合弧段中间部分时, 克里金插值算法获得的精度较高[17], 本文在利用克里金插值时让待插值点位于所使用弧段中间部分. 以 X 方向为例, 利用克里金插值算法内插精密轨道的原理及流程如下:

1) 根据待插值点的时间、以及参与拟合点的数目 n, 提取相应参与拟合点的历元时间及空间坐标.

2) 根据参与拟合点的历元时间T_i, 计算半变异函数值$r^*(h)$, 其计算公式为

$$r^*(h)=\frac{1}{2N(h)}\sum_{i=1}^{N(h)}[Z(T_i)-Z(T_i+h)]^2. \tag{7}$$

式中: h 为拟合点对应的时间间隔; $Z(T_i)$、$Z(T_i+h)$分别表示T_i、T_i+h时刻对应轨道的 X 坐标; $N(h)$表示时间间隔为 h 的样本点对总数.

3) 根据半变异函数值$r^*(h)$拟合理论变差函数, 克里金算法中常用的理论变差函数模型有球状模型、高斯模型、幂函数模型等. 本文采用高斯模型, 其函数模型为

$$r(h)=c\left[1-\exp\left(-\frac{(3h)^2}{a^2}\right)\right]. \tag{8}$$

式中: $r(h)$表示半变异函数值; h 含义同式 (7); a、c 分别表示变程、基台值.

4) 克里金模型求待插值点的方程可表示为

$$Z(X)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i Z(T_i). \tag{9}$$

式中, λ_i为第 i 个参与拟合点对应的权重系数. 由无偏估计性质可以得

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1. \tag{10}$$

根据步骤 3) 中拟合得到的理论变差函数模型, 计算参与拟合点中第 i 点和第 k 点对间距离对应的半变异函数值r_{ij}, 以及参与拟合点与待插值点的半变异函数值r_{iX}, 根据式 (10)、r_{ij}、r_{iX}构建克里金方程组, 求解系数λ_i. 其中克里金方程组可以表示为

$$\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{D}. \tag{11}$$

式中:

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} & 1 \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{\lambda}=\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ \vdots\\ \lambda_n\\ \phi\end{bmatrix},\boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}\lambda_{1X}\\ \lambda_{2X}\\ \vdots\\ \lambda_{nX}\\ 1\end{bmatrix}. \tag{12}$$

5) 根据式 (12) 求解得到各个拟合点对应的权重系数, 再利用式 (9) 得到待插值点的插值结果.

2　数据来源

为研究滑动切比雪夫多项式、克里金算法在不同类型 LEO 轨道的插值拟合及预报的精度, 本文选取了 GRACE-B、Jason-3、Sentinel-1B、HY-2A 卫星轨道作为研究对象. 其中 GRACE-B、Sentinel-1B 卫星的精密轨道来自瑞士 CODE 中心, HY-2A 和 Jason-3 卫星的精密轨道数据采用法国国家空间中心 (CENS) 发布的事后精密轨道, 本文在进行上述研究时轨道采样间隔均采用 60 s, 拟合弧段为 24 h, 各颗卫星的轨道信息如表 1 所示.

表 1　实验选用 LEO 卫星轨道信息

卫星	轨道类型	轨道高度/km	运行1圈时长/h
GRACE-B	近极圆轨道	500	1.56
Sentinel-1B	极地太阳同步轨道	693	1.60
HY-2A	太阳同步轨道	971	1.75
Jason-3	非太阳同步轨道	1 336	2.00

图 1 为 GRACE-B、Jason-3 卫星 24 h 的精密轨道时间序列, 从图中可以发现无论轨道高度及轨道类型, LEO 卫星的轨道整体平滑且有明显的周期性.

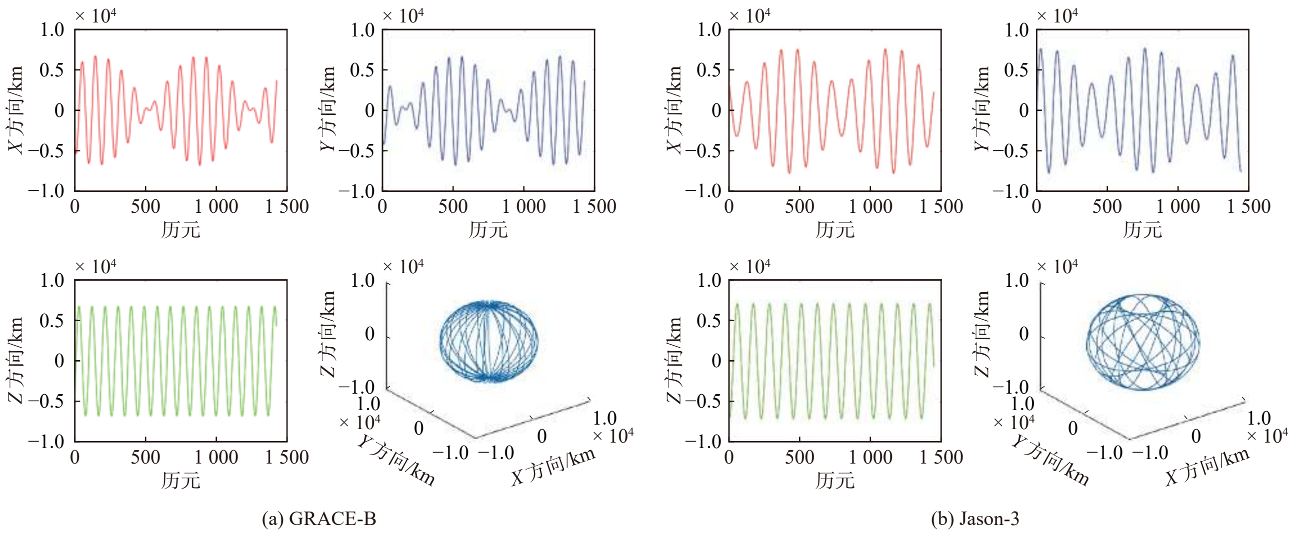

图 1　GRACE-B、Jason-3 精密轨道时间序列

3　拟合精度分析

本文在进行滑动切比雪夫拟合、克里金插值时, 选取待求点前后相同数目的点进行拟合, 精密星历给出的待求点坐标作为真值, 将拟合插值求得的待求点结果与真值比较得到误差结果. 其中拟合轨道的空间点位误差均方根 (RMS) 计算公式为

$$\mathrm{RMS}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(\Delta x_i^2+\Delta y_i^2+\Delta z_i^2)}{k}}. \tag{13}$$

式中: Δx_i、Δy_i、Δz_i表示待求点拟合插值结果与对应精密星历的坐标差; k 为待求点的总数.

3.1　滑动切比雪夫拟合精度分析

根据滑动切比雪夫插值策略, 本文分析了 6、8、10、12、14 阶切比雪夫多项式在 4 颗 LEO 卫星轨道的拟合精度. 表 2 为采用 6 阶切比雪夫多项式拟合时, 各颗 LEO 卫星轨道的拟合点位空间误差; 图 2 为各颗 LEO 卫星轨道的拟合点位空间误差; 表 2 中 [6, 8] 表示拟合阶数为 6, 所用拟合点数目为 8, 下文含义相同.

表 2　各颗 LEO 卫星轨道的拟合点位空间误差 RMS　cm

策略	GRACE-B	Sentinel-1B	HY-2A	Jason-3
[6, 6]	4.2	2.9	2.1	1.1
[6, 8]	19.9	14.1	10.5	5.6
[6, 10]	68.4	48.7	36.7	19.4
[6, 12]	188.4	134.6	101.5	53.7

由表 2、图 2 分析可知, 对于各颗 LEO 卫星均存在如下规律: 轨道高度越高, 拟合误差越小. 在拟合阶数确定时, 参与拟合点的数目与阶数相近时, 拟合误差较小, 随着拟合点数目的增加, 拟合的误差逐渐变大; 在给定拟合点数目时, 当阶数小于拟合点数目

时, 随着拟合阶数的增加, 拟合误差逐渐变小. 同时也可发现, 使用 6 阶切比雪夫多项式进行拟合时, 各颗卫星的拟合精度可以达到厘米级; 各颗 LEO 卫星采用 [8, 8]、[10, 10]、[12, 12]、[14, 14] 策略拟合轨道的精度逐渐提高, 但提升幅度极小.

图 3~4 分别为 HY-2A、GRACE-B 采用 [8, 8]、[12, 12] 策略拟合时的误差序列. 从图中可以发现, 采用相同的拟合策略时, 轨道高度越高, 拟合误差越小且分布更集中; 对于同一颗卫星, 拟合阶数及拟合点数目较多时, 误差分布更集中.

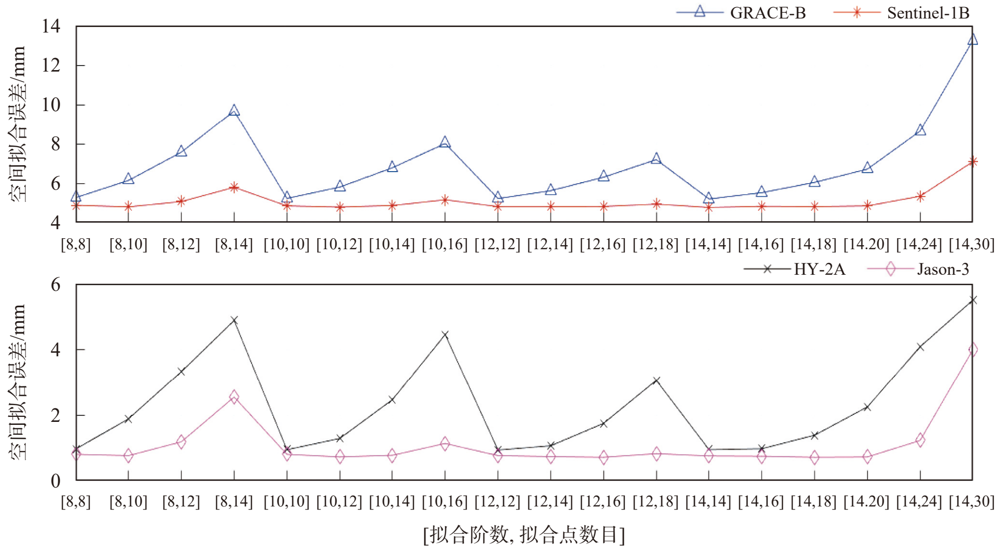

图 2　各颗 LEO 卫星轨道的拟合点位空间误差 RMS

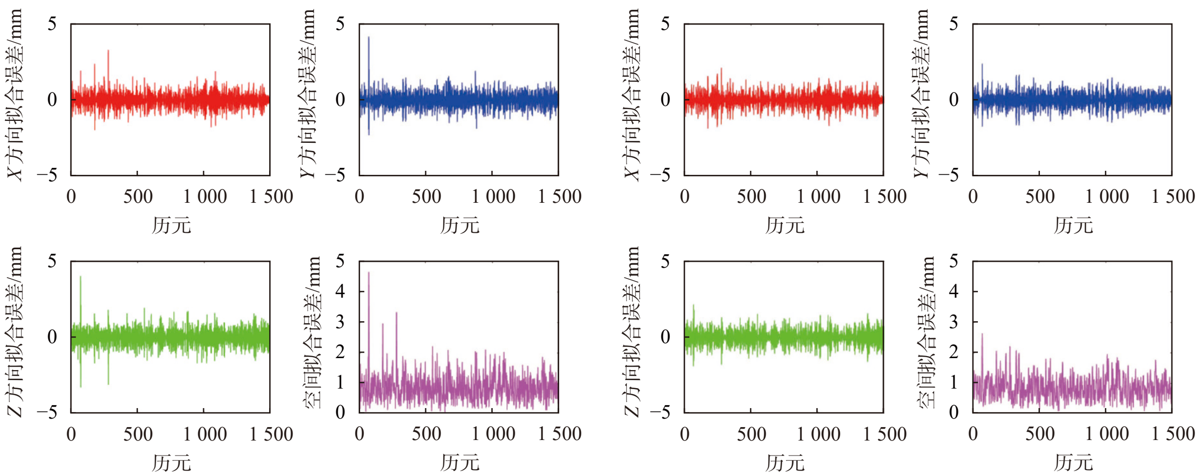

图 3　HY-2A 采用 [8, 8](左)、[12, 12](右) 策略拟合时的误差序列

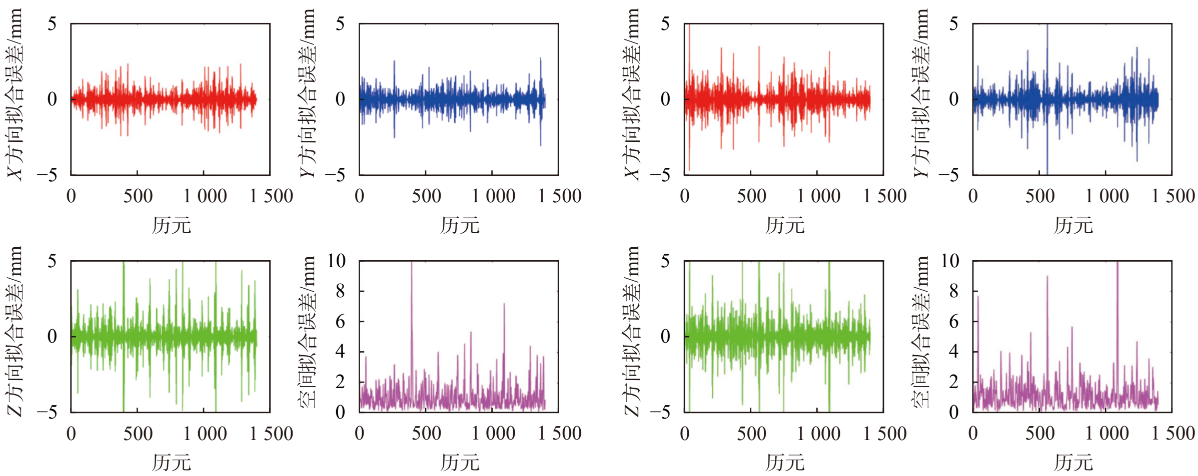

图 4　GRACE-B 采用 [8, 8](左)、[12, 12](右) 策略拟合时的误差序列

3.2 克里金拟合精度分析

本文分别选取 6、8、10、12、14、16 个历元来进行克里金拟合，分析各颗 LEO 卫星轨道拟合精度. 表 3、图 5 为 4 颗 LEO 卫星采用不同历元数目进行克里金拟合的轨道空间误差，结合表 3、图 5 可知，采用 6、8 个历元进行克里金拟合时，各颗 LEO 卫星的轨道精度在 20~50 m，只能满足 LEO 卫星测运控等低精度应用对轨道精度的要求. 同时也可发现，克里金拟合的精度对参与拟合的历元数目特别敏感，采用 6、8 个历元进行克里金拟合只能到达数十米级精度，当增加到 10 个历元时却可以获得毫米级精度且精度达到最高；同时也需注意，在参与拟合的历元数目大于 10 时，随着历元数目的增加，克里金拟合的精度逐渐降低.

表 3 采用 6、8 个历元进行克里金拟合轨道的空间误差 RMS m

历元数目	GRACE-B	Sentinel-1B	HY-2A	Jason-3
6	47.8	38.9	31.3	20.1
8	43.3	32.7	27.9	17.3

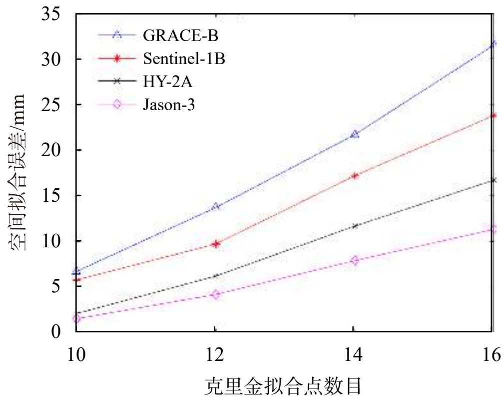

图 5 采用 10、12、14、16 个历元进行克里金拟合轨道的空间误差 RMS

图 6 为 Sentinel-1B(a)、Jason-3(b) 采用 10 个历元进行克里金拟合时，轨道在 X、Y、Z 方向及空间的拟合误差序列. 结合图 1 分析发现，采用克里金拟合时，各个插值点在 X、Y、Z 方向的拟合误差与插值点在轨道中的位置表现出明显的相关性；同时也可发现，相较于滑动切比雪夫拟合算法，克里金算法拟合轨道的空间误差分布更为集中，未随着历元变化出现大幅波动.

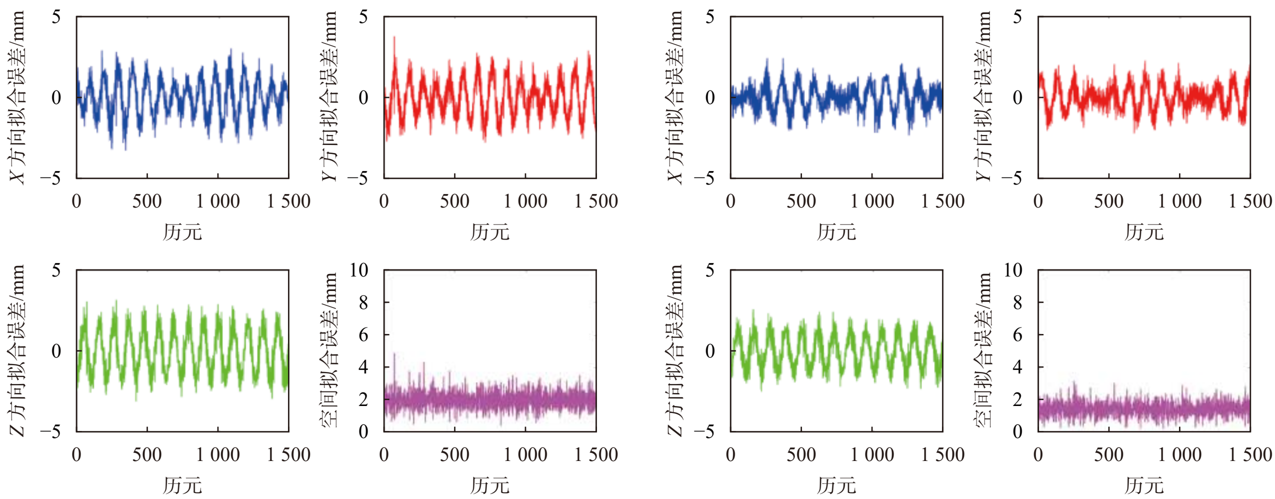

图 6 Sentinel-1B、Jason-3 采用 10 个历元进行克里金拟合的误差序列

4 预报精度分析

LEO 卫星轨道高度低、运动速度极快、且在大气层内，同时轨道所受摄动复杂，故 LEO 卫星轨道不可外推时间太长. 此节分析了切比雪夫多项式、克里金算法在不同 LEO 卫星轨道上短时间内的预报精度.

4.1 切比雪夫多项式预报精度分析

图 7 为各颗 LEO 卫星采用不同切比雪夫多项式策略进行外推 1 历元的轨道空间误差. 由图 7 可知，采用不同的拟合阶数、拟合点数目对 LEO 卫星轨道的预报精度影响很大；对于各颗 LEO 卫星，采用策略 [8, 10] 进行外推的轨道精度最高. 同时，结合表 1 可以发现，在采取相同策略进行预报时，轨道高度越高，预报的精度也越高.

同时根据图 7 也可发现，在采用 8 阶及以上阶数切比雪夫多项式进行预报时，在阶数固定的情况下，随着参与拟合点数目的增加，预报精度逐渐提高，但

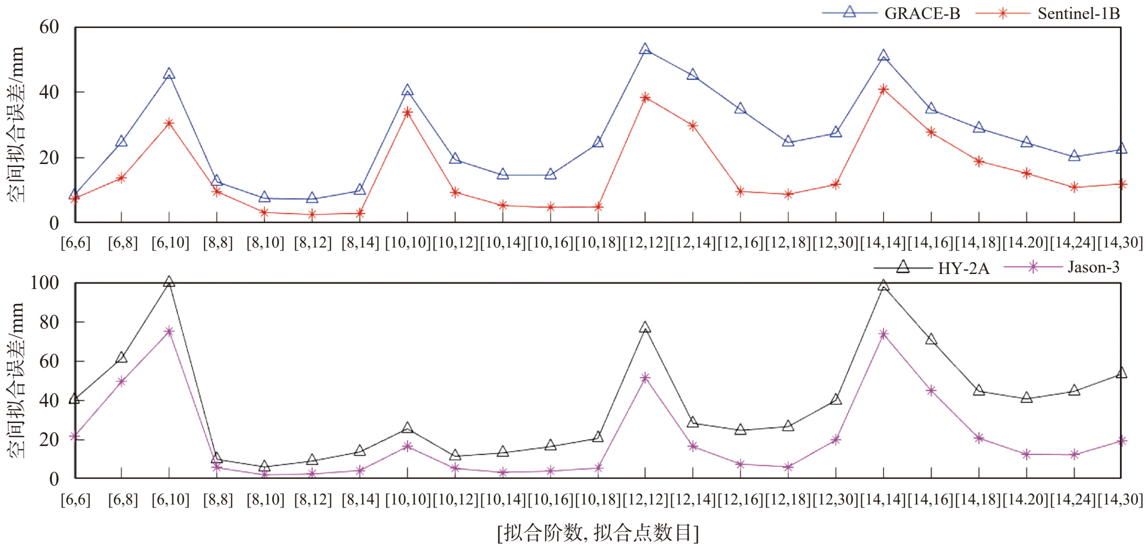

图 7　采用不同切比雪夫策略外推 1 历元的轨道空间误差

当拟合点数目增加到一定程度时, 预报精度会随着拟合点数目的增加而逐渐降低; 在拟合点数目固定的情况下, 采用低阶切比雪夫多项式的预报精度更高.

表 4 为采用 [8, 10] 策略进行预报时各颗 LEO 卫星对应历元的轨道预报精度. 由表 4 可知, 对于轨道高度较高的 HY-2A、Jason-3 卫星, 120 s 内预报的轨道精度在厘米级, 外推 240 s 的轨道精度可以保持在 5 m 以内; 对于轨道高度较低的 GRACE-B、Sentinel-1B 卫星, 120 s 内预报的轨道精度在 5 m 以内, 外推 360 s 的轨道精度可以保持在 100 m 以内; 值得注意随着外推时间的增加, 外推的精度急剧下降, 很难用切比雪夫多项式模型对轨道进行逼近.

表 4　采用 [8,10] 策略切比雪夫多项式外推轨道的空间误差

外推历元/s	GRACE-B/ m	Sentinel-1B/ m	HY-2A/ m	Jason-3/ m
1(60 s)	0.082	0.033	0.006	0.002
2(120 s)	4.816	1.257	0.041	0.012
4(240 s)	35.630	13.840	4.483	1.403
6(360 s)	93.060	75.490	18.710	7.940

4.2　克里金算法预报精度分析

本节选取 6、8、10、12、14、16、20、30 个连续历元来分别进行克里金拟合外推各颗 LEO 卫星轨道. 分析发现采用 6、8 个历元来进行预报的精度很差, 外推 1 个历元的误差在 100 m 以上, 已无法满足大部分应用对 LEO 卫星轨道精度的要求. 图 8 为各颗 LEO 卫星采用 10 个及以上历元进行克里金算法外推 1 历元的轨道空间误差. 从图中可以发现, 采用相同历元数目进行预报时, 轨道高度越高, 预报精度越高; 随着参与拟合历元数目的增加, 克里金预报精度逐渐提高, 但当拟合点数目增加到一定程度时, 预报精度会随着拟合历元数目的增加而逐渐降低; 采用 20 个历元进行预报 1 历元 (60 s) 时, 各颗 LEO 卫星的轨道预报精度在 1~2.5 m.

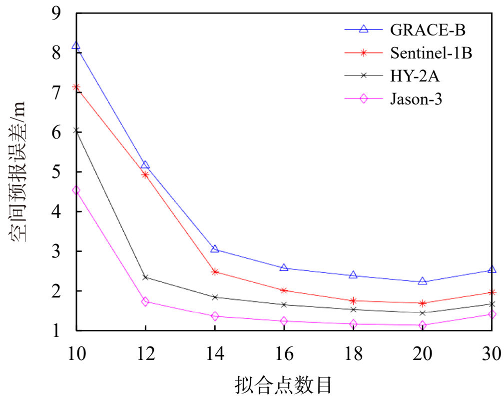

图 8　采用不同拟合点数目克里金算法外推 1 历元的轨道空间误差

图 9 为采用 20 个历元进行克里金预报 1 历元 (60 s) 时, 各颗 LEO 卫星预报轨道的空间误差分布序列. 由图 9 可知, 轨道高度越高, 预报轨道的误差越小且分布更集中.

表 5 为采用 20 个历元进行克里金预报时各颗 LEO 卫星对应外推各历元的轨道精度, 由表 5 可知采用克里金算法外推时, 随着外推时间的增加, 外推轨道的精度急剧下降; 外推 240 s 的轨道精度为百米级别, 只能满足 LEO 卫星低精度应用的需求. 对比表 4~5 可知: 克里金算法外推 LEO 轨道的精度低于滑动切比雪夫算法.

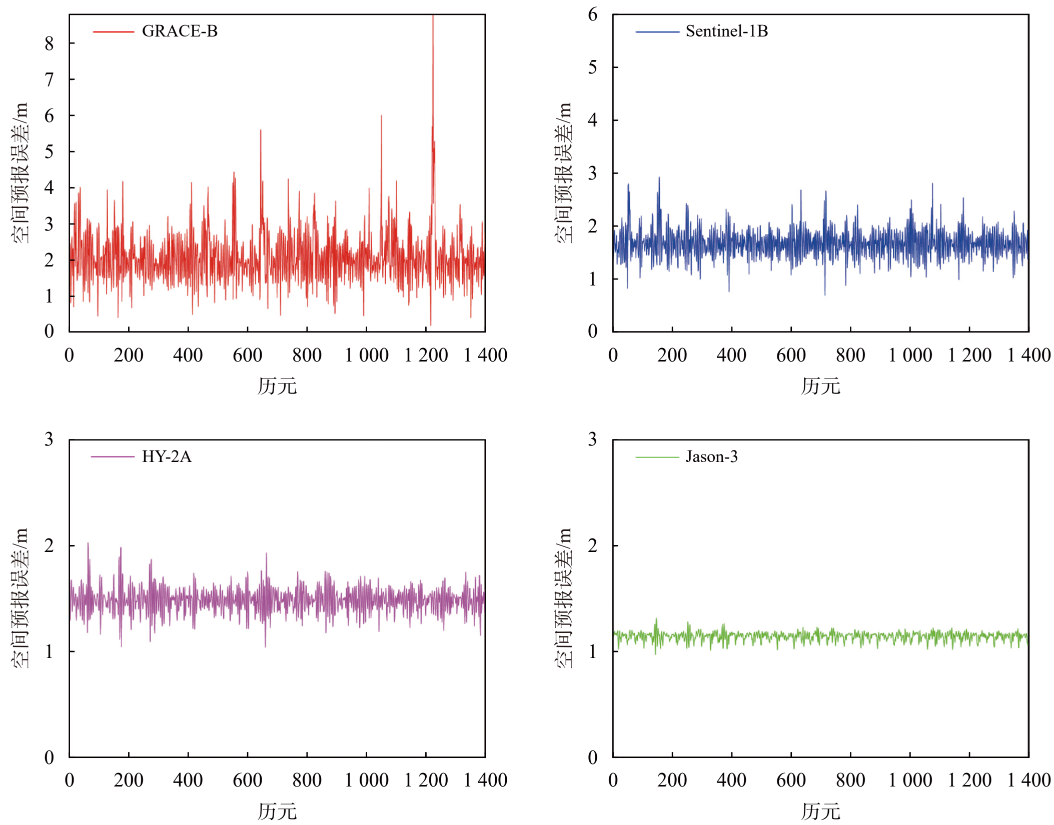

图 9 采用 20 历元进行克里金外推 1 历元的轨道空间误差序列

表 5 采用 20 个历元进行克里金预报时外推轨道的空间误差

外推历元/s	GRACE-B/m	Sentinel-1B/m	HY-2A/m	Jason-3/m
1(60 s)	2.23	1.69	1.46	1.14
2(120 s)	14.75	11.02	9.74	7.52
4(240 s)	191.53	139.11	124.31	96.57

5 结 语

本文利用 60 s 采样间隔 LEO 精密星历数据详细研究了滑动切比雪夫多项式、克里金算法在不同类型 LEO 轨道的插值拟合精度，以及两种算法的短期外推轨道精度，研究结果表明：

1) 运用滑动切比雪夫算法进行 LEO 轨道拟合时，拟合阶数接近拟合点数目取得的插值精度相对较高；在同时考虑计算量、插值精度的情况下，推荐使用 [8,8] 策略进行拟合，插值精度优于 4 mm；采用 [6,6] 策略进行拟合时，各颗卫星的轨道插值可以获得优于 5 cm 的精度，仍可以满足大部分应用的需求. 同时也需注意：滑动切比雪夫多项式插值精度与插值点的空间位置密切相关.

2) 克里金拟合的精度对参与拟合的历元数目特别敏感，采用 6、8 个历元进行克里金拟合的精度在数十米级别；采用在拟合历元数为 10 时，插值精度最高并优于 6 mm. 相较于滑动切比雪夫多项式，克里金算法拟合轨道的空间误差分布更为集中，未随着历元变化出现大幅波动.

3) 总体上，克里金算法外推 LEO 轨道的精度低于滑动切比雪夫算法；在采取相同策略进行预报时，卫星轨道高度越高，预报的精度也越高；随着外推时间的增加，两种算法外推轨道的精度急剧下降. 采用克里金算法预报 60 s，各颗 LEO 轨道预报的精度在 1~2.5 m；采用滑动切比雪夫多项式预报 120 s，可获得优于 5 m 的轨道精度.

参考文献

[1] 王磊, 李德仁, 陈锐志, 等. 低轨卫星导航增强技术—机遇与挑战[J]. 中国工程科学, 2020, 22(2): 144-152.

[2] 田润, 崔志颖, 张爽娜, 等. 基于低轨通信星座的导航增强技术发展概述[J]. 导航定位与授时, 2021, 8(1): 66-81.

[3] 李德仁, 沈欣, 李迪龙, 等. 论军民融合的卫星通信、遥感、导航一体天基信息实时服务系统[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2017, 42(11): 1501-1505.

[4] 张如伟, 刘根友. 低轨卫星轨道拟合及预报方法研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(4): 115-120.

[5] 王友存, 崔腾飞, 张涛. 基于切比雪夫多项式的LEO卫星轨道拟合与预报精度分析[J]. 煤炭技术, 2019, 38(6): 74-77.

[6] 施斌, 罗佳. 基于插值理论的GRACE卫星精密轨道内插的研究[J]. 测绘信息与工程, 2011, 36(6): 4-7.

[7] 向夏芸, 王密, 齐建伟, 等. ZY-3卫星轨道拟合与预报精度分析[J]. 测绘通报, 2015(1): 8-14.

[8] 高鹏, 乔学军, 范城城. HY-2卫星精密轨道拟合与外推的两种方法比较[J]. 海洋测绘, 2013, 33(4): 58-61.

[9] 王亚菲, 钟世明, 王海涛, 等. LEO卫星轨道预报精度分析[J]. 测绘学报, 2016, 45(9): 1035-1041.

[10] 张欣欣, 王磊, 许钡榛, 等. ERP预报误差对低轨卫星精密轨道预报的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 2020, 40(5): 482-485.

[11] 洪樱, 欧吉坤. GPS卫星精密星历和钟差三种内插方法的比较[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2006, 31(6): 516-518, 556.

[12] 杨学锋, 程鹏飞, 方爱平, 等. 利用切比雪夫多项式拟合卫星轨道坐标的研究[J]. 测绘通报, 2008(12): 1-3.

[13] 李振昌, 李仲勤. 滑动式切比雪夫多项式拟合法在BDS精密星历内插中的应用[J]. 测绘工程, 2019, 28(4): 49-53.

[14] 王兴, 高井祥, 王坚, 等. 利用滑动式切比雪夫多项式拟合卫星精密坐标和钟差[J]. 测绘通报, 2015(5): 6-8,16.

[15] 谢孟辛, 张捍卫. 切比雪夫多项式拟合GPS轨道坐标的改进算法[J]. 测绘科学, 2021, 46(6): 53-58.

[16] 许美玲, 邢通, 韩敏. 基于时空Kriging方法的时空数据插值研究[J]. 自动化学报, 2020, 46(8): 1681-1688.

[17] 晏新村, 徐良, 周万里, 等. 克里金算法在精密星历插值中的应用[J]. 现代导航, 2021, 12(1): 29-31,36.

作者简介

谭理庆 (1995—), 男, 硕士, 主要从事 GNSS 数据处理, 精密单点定位方向研究.

彭琦 (1989—), 男, 硕士, 主要从事 GNSS 位置服务、卫星通信方向研究.

曹阳 (1995—), 女, 硕士, 主要从事 GNSS/INS 组合导航方向研究.

Research on orbit fitting and forecasting accuracy of different orbit types' LEO satellites

TAN Liqing, PENG Qi, CAO Yang, YANG Xin, TANG Shuai, LIU Jun

(*Chongqing Liang jiang Satellite Mobile Communication Co. Ltd.*, *Chongqing* 401120, *China*)

Abstract: The accuracy of low earth orbit (LEO) satellite orbits directly affects the application areas of LEO satellites, so it’s very meaningful and necessary work so as to study appropriate models to improve the fitting/forecasting accuracy of LEO satellite orbit. The fitting/forecasting accuracy of sliding Chebyshev polynomial and Kriging algorithm in different types of LEO orbits were studied in this paper, the results show that: both algorithms can obtain millimeter-level interpolation accuracy with a suitable fitting strategy. Compared to the sliding Chebyshev fitting algorithm, the spatial error distribution of the kriging algorithm fitting orbit is more concentrated, and it does not fluctuate sharply with the change of epoch. The prediction accuracy of the Kriging algorithm is lower than the sliding Chebyshev polynomial. When the Kriging algorithm is used to forecast 60 seconds, the forecasting accuracy can reach 1 to 2.5 m. While the sliding Chebyshev polynomial’s forecasting accuracy of 120 seconds is better than 5 m in each LEO satellite.

Keywords: low orbit satellite; sliding Chebyshev polynomial; Kriging; orbit fitting; orbit forecasting