

# 几种附电离层约束 GNSS 单频 PPP 性能评估

李众, 葛海波, 卜宇航

(同济大学 测绘与地理信息学院, 上海 200092)

**摘 要:** 针对单频精密单点定位 (PPP) 两种常用的定位模型: 非组合模型和附加电离层约束模型, 同时综合考虑电离层约束模型三种不同约束策略 (常数约束, 时空约束, 逐步松弛), 对比分析了其使用 GPS 单系统及 GPS+BDS 双系统观测值的定位收敛时间, 定位精度及其优缺点。实验结果表明: 使用 GPS 单系统, 附加不同电离层约束对单频 PPP 收敛时间缩短效果显著, 其中逐步松弛约束平均收敛时间最短, 其平均收敛时间为 32.36 min, 四种定位模型收敛后的定位精度基本相当。加入北斗卫星导航系统 (BDS) 后, 四种定位模型的收敛时间均有不同程度的缩短, 其中时空约束模型缩短最为显著, 收敛时间缩短为单系统的 59.22%。在定位精度方面, 加入 BDS 观测值后水平方向定位精度可提升 0.5~1.3 cm, 垂直方向定位精度略有下降。

**关键词:** 单频精密单点定位 (PPP); 定位模型; 收敛时间; 定位精度; 多系统

中图分类号: P228.1

文献标志码: A

文章编号: 1008-9268(2021)04-0059-08

## 0 引言

精密单点定位 (PPP) 技术于 20 世纪 90 年代末首次提出并用于 GPS 精密定位<sup>[1]</sup>。该技术是指利用一台全球卫星导航系统 (GNSS) 接收机接收伪距和载波相位观测值, 使用精密钟差和卫星星历产品, 同时综合考虑各种误差改正, 以达到 dm 级至 cm 级定位精度的一种定位手段。根据使用的 GNSS 观测数据的频率种类, PPP 又可分为单频 PPP 和多频 (双频, 三频等) PPP, 相比于多频 GNSS 接收机, 单频接收机 (如 ublox) 成本低廉, 可以满足低成本用户的各种定位需求, 因此单频 PPP 在低成本高精度用户市场具有重要的研究价值<sup>[2]</sup>。

在 PPP 中, 电离层延迟误差直接影响 PPP 的定位精度, 必须使用合理的方法将其估计或消除以减弱电离层延迟误差对定位精度的影响。不同于双频, 多频 PPP 可以使用不同频率的组合观测值, 如无电离层组合模型<sup>[3-4]</sup>, 将大部分电离层延迟误差消除, 单频 PPP 无法利用多频观测值之间电离层延迟误差的相关性将其合理的消除, 这对单频 PPP 电离层延迟误差的处理提出了新的要求。目前针对单频 PPP 电离层延迟误差的处理方法除了非差非组合模型直接将其作为待估参数外, 主要有两种方法: 一种是利用

伪距和载波相位观测值的线性组合消除电离层延迟对观测值的影响; 另一种是根据电离层延迟模型获取电离层延迟先验信息对其附加约束以削弱电离层延迟的影响, 如利用全球电离层图 (GIM) 模型。然而电离层延迟模型精度有限, 如 GIM 模型精度为 2~8 TECU, 大致相当于 GPS L1 频率上 0.32~1.28 m 的测量误差<sup>[5]</sup>。为此, 为削弱电离层延迟模型对 GNSS 定位精度的影响, 针对电离层延迟模型的定权问题, 又提出了许多不同的约束策略, 如常数约束<sup>[6]</sup>、时空约束<sup>[7]</sup>和逐步松弛约束<sup>[8]</sup>等。

在此基础上, 本文给出了单频 PPP 非组合模型, 以及附加电离层约束模型 (常数约束, 时空约束, 逐步松弛约束) 的理论公式及其相互关系, 使用国际 GNSS 服务 (IGS) 多台站多天的 GNSS 观测数据对上述四种常用的单频 PPP 定位模型进行 GPS 单系统和 GPS+BDS 双系统观测值下的模拟动态试验, 从收敛时间以及定位精度两个方面进行分析并给出相应结论。

## 1 单频 PPP 模型

### 1.1 单频非组合模型

非组合原始观测方程

$$\begin{cases} P_{j,r}^s = \rho_r^s + u_j l_r^s + T_r^s + dt_r - dt^s + D_{j,r} - d_j^s + \varepsilon_{P_{j,r}^s}^i \\ \phi_{j,r}^s = \rho_r^s - u_j l_r^s + T_r^s + dt_r - dt^s + B_{j,r} - b_j^s - a_{j,r}^s + \varepsilon_{\phi_{j,r}^s}^i \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $P$ 、 $\phi$  分别为伪距和载波相位观测值;  $s$ 、 $j$ 、 $r$  分别为卫星、频率、接收机标识;  $\rho$  为卫星和接收机之间的几何距离;  $u_j = \frac{f_1^2}{f_j^2}$  为频率  $f_j$  与频率  $f_1$  间电离层转换因子;  $l_r^s$  为频率  $f_1$  的斜路径电离层延迟;  $T_r^s$  为测站对流层斜路径延迟;  $dt_r$ 、 $dt^s$  分别为接收机钟差和卫星钟差;  $D_{j,r}$ 、 $d_j^s$  分别为相应的接收机端伪距硬件延迟和卫星端伪距硬件延迟 (UCD);  $B_{j,r}$ 、 $b_j^s$  分别为相应的接收机端相位硬件延迟和卫星端相位硬件延迟 (UPD);  $a_{j,r}^s = \lambda_j (Z_{j,r}^s + \phi_{j,r} - \phi_j^s)$  为载波相位观测值模糊度参数, 其中  $\phi_{j,r}$  为接收机端初始相位偏差;  $\phi_j^s$  为卫星端初始相位偏差;  $Z_{j,r}^s$  为以  $\lambda_j$  为波长的整周未知数;  $\varepsilon_{P_{j,r}^s}^i$ 、 $\varepsilon_{\phi_{j,r}^s}^i$  分别为伪距和载波相位观测值噪声. 以上观测方程中虽未列出地球自转改正、相对论效应改正、固体潮和海潮改正、天线相位中心偏差改正、天线相位缠绕等改正, 但在 PPP 中上述误差均需通过模型加以改正.

在上述原始观测方程中, 卫星钟差可以由 IGS 发布的精密钟差产品插值求得, 精密钟差产品由无电离层组合观测值求得, 对于 GPS 有  $dt_{\text{product}}^s = dt_{\text{IF}}^s = dt^s + \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} d_1^s - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} d_2^s$ , 若单频用户使用精密钟差产品, 则需要进行码硬件延迟偏差 (DCB) 改正. 当采用 L1 频率时, 其改正量为  $\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (d_2^s - d_1^s)$ , 其中  $(d_2^s - d_1^s)$  为 IGS 给出的 DCB 产品  $\text{DCB}_{12}$ ; 对于对流层延迟, 现有模型对流层天顶干延迟 (ZHD) 部分可以较好地消除, 但天顶湿延迟 (ZWD) 的改正仍存在较大误差, 通常使用 ZWD 映射函数作为系数, ZWD 总量作为参数进行求解; 同时接收机端伪距硬件延迟将被接收机钟差吸收. 综上可得, 经过各项改正的非组合观测方程为

$$\begin{cases} P_{j,r}^s = \rho_r^s + u_j l_r^s + M_s T_r + dt_{j,r} + \varepsilon_{P_{j,r}^s}^i \\ \phi_{j,r}^s = \rho_r^s - u_j l_r^s + M_s T_r + dt_{j,r} - A_{j,r}^s + \varepsilon_{\phi_{j,r}^s}^i \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $P_{j,r}^s = P_{j,r}^s + dt_{\text{product}}^s - \text{DCB}_j$ ;  $\phi_{j,r}^s = \phi_{j,r}^s + dt_{\text{product}}^s - \text{DCB}_j$ , 对于 GPS L1 频率  $\text{DCB}_j = \text{DCB}_1 = \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (d_2^s - d_1^s)$ ;  $M_s$ 、 $T_r$  分别为每颗卫星对应的对流层延迟映射函数和接收机天顶对流层延迟;  $dt_{j,r} = dt_r + D_{j,r}$  为吸收了接收机端伪距硬件延迟的接收机钟差;  $A_{j,r}^s = a_{j,r}^s - (B_{j,r} - b_j^s) + (D_{j,r} - d_j^s)$  为吸收了码与相位的硬件延迟模糊度参数;  $\varepsilon_{P_{j,r}^s}^i$ 、 $\varepsilon_{\phi_{j,r}^s}^i$  分别为改正各种误差后的伪距和载波相位观

测值噪声.

## 1.2 电离层约束模型

电离层约束模型是在非组合模型的基础上, 增加电离层延迟先验信息, 构建电离层延迟虚拟观测方程, 与原有非组合模型一并求解, 其函数模型如下:

$$l_{j,r}^s \text{prior} = l_r^s + \varepsilon_{l_{j,r}^s \text{prior}}^i \quad (3)$$

式中:  $l_{j,r}^s \text{prior}$  表示由先验信息或者其他手段获得的卫星斜路径先验电离层延迟, 其可通过 GIM 插值获得, 或者通过区域模型求得;  $\varepsilon_{l_{j,r}^s \text{prior}}^i$  为电离层延迟先验值观测噪声.

电离层约束模型的约束策略是指如何确定电离层延迟虚拟观测方程的先验方差, 进而确定虚拟观测方程的权及其在参数解算中所起贡献程度大小的方法. 常用的约束策略主要有常数约束、时空约束和逐步松弛约束, 下面逐一对其进行介绍.

### 1.2.1 常数约束

常数约束认为虚拟观测值方程 (电离层先验信息) 的方差是一个与时间和空间信息无关的常数, 即

$$\sigma_{\text{ion}}^2(i) = C \quad (4)$$

式中:  $\sigma_{\text{ion}}^2(i)$  为虚拟观测值方程的先验方差;  $C$  为常量, 其大小与先验模型精度有关. 对于 GIM 模型其天顶电离层延迟方差可设为  $0.09 \text{ m}^2$ .

### 1.2.2 时空约束

时空约束是考虑电离层延迟误差随时空变化的特点, 将虚拟观测方程的方差表示为与时间和卫星位置有关的变量, 具体如下:

$$\sigma_{\text{ion}}^2(i) = \begin{cases} \frac{\sigma_{\text{ion},0}^2}{\sin^2(E)}, t < 8 \text{ or } t > 20 \text{ or } B > \frac{\pi}{3} \\ \left[ \frac{\sigma_{\text{ion},0}^2 + \sigma_{\text{ion},1}^2 \cos(B) \cos\left(\frac{t-14}{12}\pi\right)}{\sin^2(E)} \right], \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $E$  为卫星高度角;  $B$  为接收机大地纬度;  $t$  为以  $h$  为单位的测站电离层穿刺点地方时;  $\sigma_{\text{ion},0}^2$ 、 $\sigma_{\text{ion},1}^2$  分别为电离层天顶延迟方差和与先验值有关的天顶延迟方差.

### 1.2.3 逐步松弛约束

逐步松弛约束是在 PPP 解算的初始阶段, 为加快 PPP 收敛速度, 通常会给虚拟电离层延迟赋予较大的权重. 但由于 GIM 产品精度有限, 只能达到几个 TECU 的精度, 为了获得更好的定位精度, 在定位收敛后逐步降低其权重, 进而减小 GIM 产品精度有限对定位精度的影响, 这就是所谓的逐步松弛约束,

逐步松弛约束可定义如下:

$$\sigma_{\text{ion}}^2(i) = \sigma_{\text{ion},0}^2 + \alpha \Delta t. \quad (6)$$

式中:  $\alpha$  为方差变化率, 其值可取为  $0.04 \text{ m}^2/\text{min}$ ;  $\Delta t$  为以 min 为单位的起始松弛历元与当前历元时间差;  $\sigma_{\text{ion},0}^2$  为电离层天顶延迟方差, 其值可取为  $0.09 \text{ m}^2$ <sup>[5]</sup>.

## 2 数据与处理策略

本次实验共选取了 IGS 2020 年 6 个测站年积日第 214—220 共 7 天的多系统混合观测值数据, 采样间隔为 30 s, 使用欧洲定轨中心 (CODE) 发布的 GIM 模型获取电离层延迟的先验信息组成虚拟观测方程对非组合模型进行电离层约束. 实验中, 以每个年积日的数据作为一个计算单位, 对其进行 GPS 单系统以及 GPS+BDS 双系统的单频非组合 PPP, 附加电离层常数约束的单频非组合 PPP, 附加电离层时空约束的单频非组合 PPP, 附加电离层逐步松弛约束的单频非组合 PPP 四种定位模式下的模拟动态定位实验, 并统计当天定位结果的收敛时间和水平与垂直方向定位误差的均方根 (RMS). 测站分布如图 1 所示.

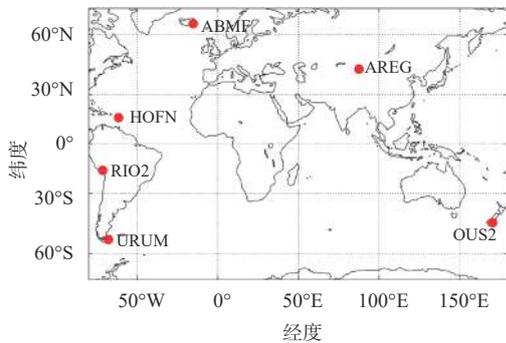
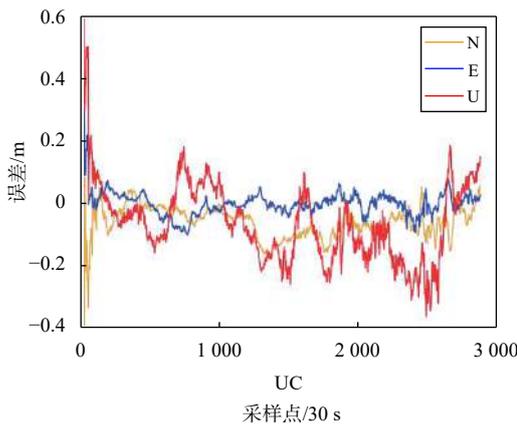


图 1 测站分布图

本次实验以年积日为单位, 每次均处理 24 h 观测数据, 然后计算其定位误差的 RMS 和收敛时间.



其中 RMS 由收敛后的位置改正数计算得到, 使用 SINEX 文件中给出测站坐标作为计算位置改正数的坐标参考值.

本文采用三种不同的判定收敛的准则判定收敛时间, 用于研究定位收敛到不同的定位精度需要的时间. 如表 1 所示, 具体判定收敛规则如下: 如准则 1, 当三个方向同时满足东 (E) 方向改正数绝对值小于 0.3 m, 北 (N) 方向改正数绝对值小于 0.3 m, 天顶 (U) 方向改正数绝对值小于 0.6 m 时, 认为该历元符合收敛条件. 当连续有 20 个历元符合收敛条件时则认为 PPP 在第一个符合收敛条件的历元处收敛, 准则 2 与准则 3 由此类推.

表 1 收敛准则

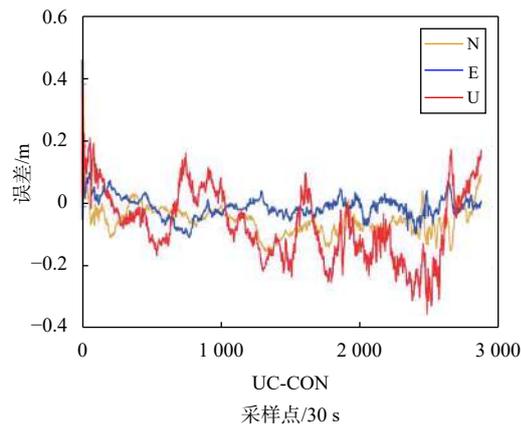
准则	m		
	E	N	U
准则1	0.3	0.3	0.6
准则2	0.2	0.2	0.4
准则3	0.1	0.1	0.2

## 3 单频 PPP 定位性能分析

### 3.1 GPS 单系统单频 PPP 定位性能分析

以 ABMF 站 2020 年年积日第 218 天的数据为例, 对比了四种定位模型定位误差序列, 如图 2 所示. 其中 UC 表示非组合模型, UC-CON 表示电离层常数约束模型, UC-SR 表示电离层逐步松弛约束模型, UC-ST 表示电离层时空约束模型.

由图 2 可知, 三种附加电离层约束的定位模型的误差序列非常相似, 与未加电离层约束的非组合模型相比, 在定位的初始阶段可以明显看出其误差序列收敛更快. 随着定位时间的延长四种定位模型的误差序列变化趋势逐渐趋于一致, 同时从误差序列可以看出四种定位模式在收敛后定位精度基本相当.



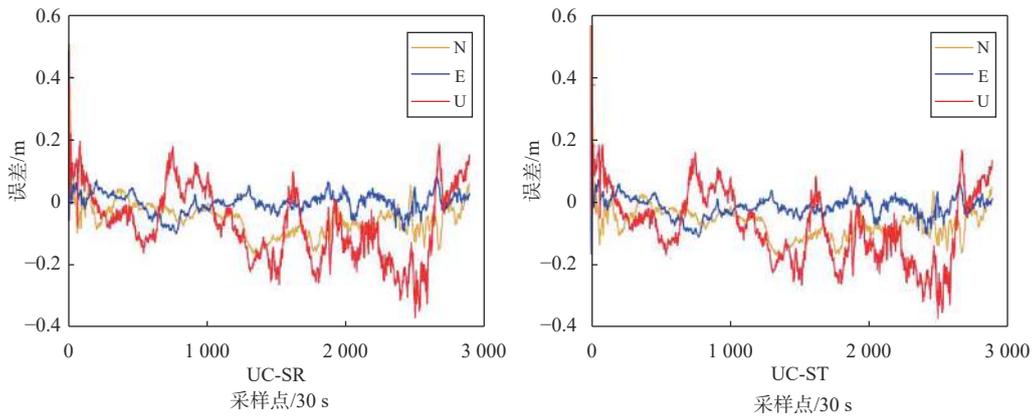


图 2 ABMF 站 2020 年年积日第 218 天四种模型定位误差序列

为进一步分析其收敛时间,以年积日作为横轴,收敛时间作为纵轴,将 ABMF 站按照收敛准则 1 计算其 7 天的收敛时间做柱状图如图 3 所示。

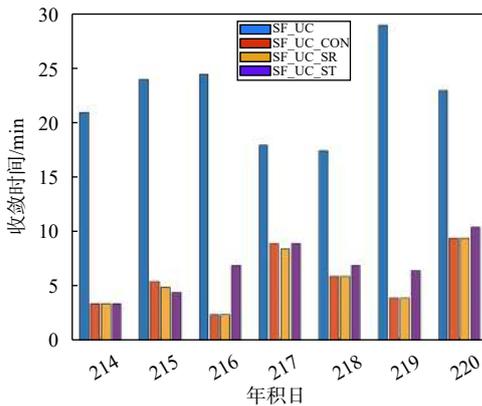


图 3 ABMF 站四种定位模型收敛时间

如图 3 所示,相比非组合模型,三种附加电离层约束模型可显著缩短 PPP 收敛时间,对于三种附加电离层约束模型,常数约束与逐步松弛约束要略优于时空约束,其在年积日第 216—220 天的收敛时间均长于常数约束和逐步松弛约束,在年积日第 215 天三种模型收敛时间基本一致,时空约束模型仅年积日第 217 天略优于其余两种模型。

下面对 ABMF 站四种定位模型的定位误差的 RMS 做进一步分析,将其分为平面和垂直精度两部分进行讨论,如图 4 所示。

由图 4 可知,四种定位模型收敛后定位误差的 RMS 基本相当,其差别在 mm 级,说明附加电离层约束模型对定位精度的提升并无显著效果。水平方向 RMS 除了 DOY 第 214 天超过了 0.09 m,其余计算结果均在 0.08 m 之内。而高程方向的定位精度主要分布在 0.1~0.14 m。

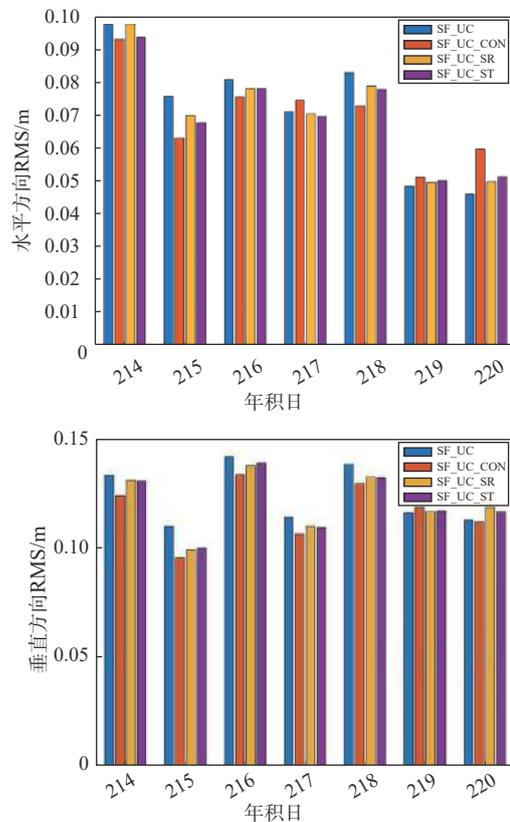


图 4 ABMF 站四种模型定位精度(准则 1)

以上内容主要针对 ABMF 站计算结果进行分析,下面进一步统计 6 个测站 7 天所有数据的平均收敛时间与定位精度如表 2、3 所示。

表 2 GPS 单系统四种模型平均收敛时间 min

准则	SF_UC	SF_UC_CON	SF_UC_SR	SF_UC_ST
准则1	28.69	4.25	4.09	6.30
准则2	39.28	11.99	9.52	13.43
准则3	73.70	51.13	32.36	38.40

表 3 GPS 单系统四种模型平均定位精度 cm

定位精度	SF_UC	SF_UC_CON	SF_UC_SR	SF_UC_ST
H1	9.50	8.44	9.06	8.87
V1	10.58	10.40	10.45	10.35
H2	9.26	8.29	8.96	8.73
V2	10.32	10.07	10.24	10.11
H3	8.85	7.88	8.76	8.61
V3	10.05	9.60	9.90	9.99

注: H表示水平方向定位精度, V表示垂直方向定位精度, 1、2、3 分别表示按照收敛准则1、2、3统计得到的定位精度。

由表 2 可知, 对全体测站, 电离层逐步松弛约束模型平均收敛时间最短, 其定位精度收敛至水平方向 0.3 m, 垂直方向 0.6 m 需要 4.09 min. 定位精度收敛至水平方向 0.1 m, 垂直方向 0.2 m 则需要 32.36 min. 三种附加电离层约束的模型相比非组合模型其收敛速度有大幅提升, 按表中顺序从左至右三种附加电离层约束模型的平均收敛时间与非组合模型相比分别缩短 30.62%、56.09%、47.89% (准则 3). 同时由表 3 可知三种附加电离层约束模型在达到准则 1 与准则 2 定位精度的平均收敛时间上非常接近, 在达到准则 3 的定位精度时, 常数约束平均收敛时间相比其他两种模型收敛时间有所延长, 这主要是由于 GIM 产品精度有限, 常数约束的电离层虚拟观测方程定权时未考虑其与时间和空间信息的关系, 导致不合理定权, 拉长了定位的收敛时间。

由表 3 可得, 四种定位模型收敛后定位精度基本相当, 其相互之间差别最多不超过 1.2 cm. 四种模型水平方向定位精度约为 9 cm, 垂直方向定位精度分布约 10 cm. 同时由表可得三种准则统计得到的定位精度有着相同的变化趋势, 因此后续多系统观测值增益将针对准则 3 统计得到的定位精度进行分析。

### 3.2 GPS+BDS 双系统单频 PPP 定位性能增益分析

本节在上一节的基础上, 进一步研究多系统 (GPS+BDS) 对单频 PPP 定位性能的增益, 数据处理中 GPS 与 BDS 的先验精度比设置为 1:3. 为进一步分析多系统对四种定位模型收敛时间和定位精度的增益, 计算了全部测站定位误差 RMS 和收敛时间均值, 用相同模式下单系统计算结果减去双系统计算结果如图 5、图 6 所示。

由图 5 可知, 加入 BDS 观测值后非组合模型, 逐步松弛约束与时空约束模型平均收敛时间显著缩短, 其中非组合模型平均收敛时间缩短最为显著, 在准

则 3 的统计规则下平均收敛时间缩短近 30 min. 而常数约束在加入 BDS 观测值后平均收敛时间并未显著缩短, 其中按照准则 3 统计得到的平均收敛时间甚至延长了近 10 min, 这是由于常数约束未顾及 GIM 模型精度分布的时空特性导致. 准则 3 要求水平方向定位精度优于 0.1m, 垂直方向定位精度优于 0.2 m, 而 GIM 模型仅有相当于 GPS L1 方向上 0.32~1.28 m 精度, 势必会限制 PPP 定位的精度, 当观测值个数进一步增加, 常数约束对平均收敛时间提升并不显著, 甚至略有下降。

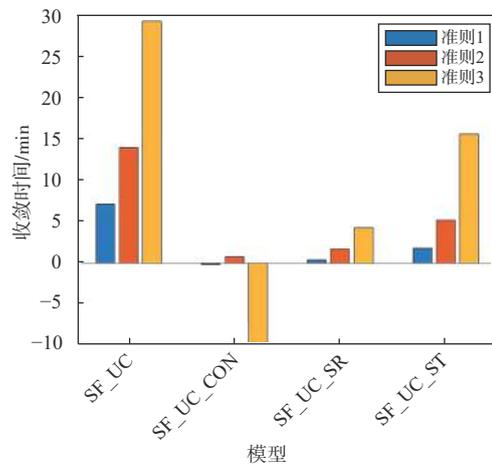


图 5 收敛时间增益

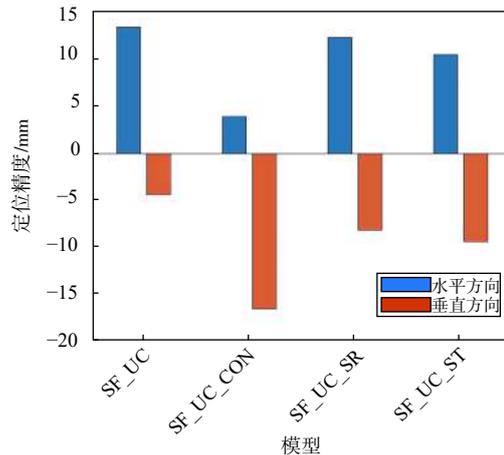


图 6 水平与垂直方向定位精度增益

多系统在定位精度方面的增益如图 6 所示, 加入 BDS 观测值后, 定位精度水平方向有小幅提升, 但在垂直方向上却有小幅下降. 其中非组合模型定位精度水平方向提升最为显著约为 13 mm, 常数约束垂直方向定位精度下降最为显著约为 17 mm. 同时三种附加电离层约束模型垂直方向定位精度下降均高于非组合模型. 这可能是由于 BDS 精密星历精度较低导致 [9], 同时臧楠等 [10]、Odijk 等 [11] 的研究也得出

相似的定位结果。

为更加具体的反映加入 BDS 观测值后对收敛时间和定位精度 RMS 的增益,以 6 个测站的差值为一个序列计算收敛时间和 RMS 的均值及其差值,并计算其差值与单 GPS 系统收敛时间和 RMS 均值的比值,以百分比形式表示.具体内容如表 4、表 5 所示。

表 4 不同模型收敛时间增益

准则	系统	UC	UC_CON	UC_SR	UC_ST
准则1/min	G	28.70	4.26	4.10	6.30
	GC	21.52	4.38	3.71	4.55
	GAIN	7.18	-0.12	0.39	1.75
提升效果/%		25.02	-2.82	9.51	27.78
准则2/min	G	39.28	11.99	9.52	13.43
	GC	25.28	11.22	7.84	8.20
	GAIN	14.00	0.77	1.68	5.23
提升效果/%		35.64	6.42	17.65	38.94
准则3/min	G	73.71	51.13	32.37	38.40
	GC	44.35	60.88	28.09	22.74
	GAIN	29.36	-9.75	4.28	15.66
提升效果/%		39.83	-19.07	13.22	40.78

表 5 定位精度增益(准则 3)

方向	系统	UC	UC_CON	UC_SR	UC_ST
水平方向/cm	G	8.85	7.88	8.76	8.61
	GC	7.51	7.49	7.53	7.56
	GAIN	1.34	0.39	1.23	1.05
提升效果/%		15.14	4.94	14.04	12.20
垂直方向/cm	G	10.05	9.60	9.90	9.99
	GC	10.50	11.25	10.72	10.94
	GAIN	-0.45	-1.65	-0.82	-0.95
提升效果/%		-4.48	-17.19	-8.28	-9.51

注: G表示GPS单系统, GC表GPS+BDS双系统, GAIN表示加入北斗观测值后的增益。

由表 4 可知,加入 BDS 观测值后除常数约束模型外,其余模型的收敛速度均有不同程度的提高,其中时空约束提升百分比最为显著,按准则 3 统计结果其平均收敛时间缩短 40.78%,缩短为 22.74 min,在四种定位模型中收敛速度最快;非组合模型提升的效果并不明显,为 8.8%;对于 GPS 单系统平均收敛时间最短模型为逐步松弛约束,而加入多系统观测值后

三种准则对应的最短平均收敛时间分别为准则 1 逐步松弛约束 3.71 min, 准则 2 逐步松弛约束 7.84 min, 准则 3 时空约束 22.74 min。

由表 5 水平方向定位精度可知,总体上 BDS 观测值的加入提高了四种定位模型的水平方向定位精度,其中非组合模型、逐步松弛约束、时空约束模型提升效果显著,依次分别为 15.14%、14.04%、12.20%;而常数约束提升效果并不明显,只有分别不到 5%。

由表 5 垂直方向定位精度可得,加入 BDS 观测值后垂直方向定位精度并未有显著提升而是统一出现了精度下降,其中常数约束精度下降最为显著,定位精度相比 GPS 单系统下降 17.19%,精度降低为 11.25 cm。

## 4 结束语

本文研究分析了单频非组合 PPP 模型与三种附加电离层约束的单频非组合 PPP 模型(常数约束模型,时空约束模型,逐步松弛约束模型)在 GPS 单系统下的收敛时间和定位精度.并在此基础上进一步引入 BDS 观测数据,分析了 BDS 观测值的加入对上述四种定位模型收敛时间和定位精度的增益,通过前述实验和分析可以得出以下结论。

三种附加电离层约束模型均可显著提高单频 PPP 收敛速度缩短收敛时间,四种定位模型收敛后的定位精度基本相当,三种附加电离层约束模型收敛后定位精度略优于非组合模型.其中逐步松弛约束与时空约束定位性能明显优于其余两种模型。

加入 BDS 观测值后,受 GIM 模型精度限制,常数约束模型收敛速度并无显著提升.而其余三种定位模型平均收敛时间均有不同程度的缩短,非组合模型、时空约束和逐步松弛约束模型平均收敛时间相比于单系统分别有 39.83%、40.78%、13.22% 的提升,提升效果非常显著(准则 3)。BDS 观测值加入后,四种定位模型水平方向定位精度均有不同程度的提高,四种定位模型垂直方向定位精度均略有下降,其中常数约束下降最为显著,由 GPS 单系统的 9.60 cm 下将为 11.25 cm,降幅达到 17.19%。

综上所述,时空约束与逐步松弛约束模型定位性能显著优于常数约束和非组合约束模型,因此在单频 PPP 定位中应优先选用时空约束与逐步松弛约束模型,对于常数约束模型,BDS 系统观测值的加入对其定位性能并无显著提升,在常数约束单频 PPP 应用中可考虑仅采用单系统观测值进行计算以减少计算量。

致谢:感谢周锋老师对本文的指导与讨论。

### 参考文献

- [1] ZUMBERGE J F, HEFLIN M B, JEFFERSON D C, et al. Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks[J]. *Journal of geophysical research solid earth*, 1997, 102(B3): 5005-5017. DOI: 10.1029/96JB03860
- [2] 雷哲哲. 基于低成本u-blox单频接收机的增强PPP算法研究[D]. 西安: 长安大学, 2019.
- [3] 张小红, 左翔, 李盼. 非组合与组合PPP模型比较及定位性能分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2013, 38(5): 561-565.
- [4] 李博峰, 葛海波, 沈云中. 无电离层组合, Uofc和非组合精密单点定位观测模型比较[J]. *测绘学报*, 2015, 44(7): 734-740.
- [5] 周锋. 多系统GNSS非差非组合精密单点定位相关理论和方法的研究[D]. 上海: 华东师范大学, 2018.
- [6] ZHOU F, DONG D N, LI W W, et al. GAMP: an open-source software of multi-GNSS precise point positioning using undifferenced and uncombined observations[J]. *GPS solutions*, 2018, 22(2): 33. DOI: 10.1007/s10291-018-0699-9
- [7] GAO Z Z, MAO R G, SHEN W B, et al. Ionospheric and receiver DCB-constrained multi-GNSS single-frequency PPP integrated with MEMS inertial measurements[J]. *Journal of geodesy*, 2017, 91(11): 1351-1366. DOI: 10.1007/s00190-017-1029-7
- [8] CAI C S, GONG Y Z, GAO Y, et al. An approach to speed up single-frequency PPP convergence with quad-constellation GNSS and GIM[J]. *Sensors*, 2017, 17(6): 1302. DOI: 10.3390/s17061302
- [9] STEIGENBERGER P, HUGENTOBLE U, HAUSCHILD A, et al. Orbit and clock analysis of compass GEO and IGSO satellites[J]. *Journal of geodesy*, 2013, 87(6): 515-525. DOI: 10.1007/s00190-013-0625-4
- [10] 臧楠, 李博峰, 沈云中. 3种GPS+BDS组合PPP模型比较与分析[J]. *测绘学报*, 2017, 46(12): 1929-1938.
- [11] ODIJK D, ZHANG B C, TEUNISSEN P G. Multi-GNSS PPP and PPP-RTK: some GPS+BDS results in Australia[J]. *Lecture notes in electrical engineering*, 2015(341): 613-623. DOI: 10.1007/978-3-662-46635-3\_52

### 作者简介

李众 (1996—), 男, 硕士研究生, 研究方向为GNSS数据处理。

葛海波 (1990—), 男, 博士, 研究方向为GNSS数据处理, 低轨卫星精密轨道钟差解算, 低轨卫星增强的全球卫星导航系统。

卜宇航 (1995—), 男, 硕士研究生, 研究方向为GNSS数据处理, 多频多模实时PPP。

## Performance evaluation of GNSS ionospheric constraint single-frequency PPP

LI Zhong, GE Haibo, BU Yuhang

(College of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** In allusion to two commonly used models in single frequency precise point positioning (SF-PPP): SF-PPP with raw and uncombined observations(SF-UC-PPP) and SF-UC-PPP with the constraint of ionospheric delay, considering simultaneously the three different ionospheric delay constraint strategies including constant, step wise relaxed and spatial-temporal strategy, these models are compared and analyzed in positioning accuracy and convergence time using GPS and GPS+BDS data. The experiment result shows that by using the GPS system observations these three models with ionospheric delay constraint can significantly improve the convergence speed of PPP, the step wise relaxed model is the fastest. Its average convergence time is 32.36 min. Accuracy of these four models after convergence is roughly equivalent. By adding the BDS data, the convergence time of these models increases differently. The spatial-temporal model has the most significant improvement, which convergence time is shorted to 59.22% of single system. Aafter the using of BDS data, the accuracy of horizontal direction is improved by 0.5 cm to 1.3 cm, the vertical accuracy has slight decrease.

**Keywords:** single frequency precise point positioning (SF-PPP); positioning model; convergence time; positioning accuracy; multi-GNSS