

多系统融合单点定位先验和验后定权研究

张哲浩¹, 潘林^{1,2}

(1. 中南大学 地球科学与信息物理学院, 长沙 410083;

2. 广西空间信息与测绘重点实验室, 广西 桂林 541004)

摘 要: 针对多模全球卫星导航系统 (GNSS) 融合伪距单点定位随机模型难以精确构建的问题, 在全球范围内选取了 10 个多 GNSS 实验跟踪网 MGEX(Multi-GNSS Experiment) 观测站连续 7 天的观测数据, 将四大 GNSS 系统的观测值分为五类, 比较了高度角模型、用户等效测距误差 (UERE) 模型及验后 Helmert 方差分量估计模型的伪距单点定位精度。结果表明: 在四系统融合伪距单点定位时, Helmert 方差分量估计模型能提高定位精度, 高度角模型定位精度优于 UERE 模型, 其中基于高度角的 Helmert 方差分量估计模型结果最优。

关键词: 多系统组合; 随机模型; 伪距单点定位; Helmert 方差分量估计; 先验定权

中图分类号: P228.4

文献标志码: A

文章编号: 1008-9268(2021)03-0001-06

0 引 言

全球卫星导航系统 (GNSS) 伪距单点定位具有算法简单、使用成本低、机动灵活等优点, 广泛应用于民用导航等领域。随着北斗三号全球卫星导航系统 (BDS-3) 的正式开通, 多系统融合已成为卫星导航定位技术应用的主流。相较于单系统, 多系统组合可以显著增加可见卫星数量, 改善卫星的几何分布, 从而提高伪距单点定位精度及可靠性^[1-2]。

多系统组合定位时, 由于各系统的星历精度、观测噪声不同, 这会使观测值的精度存在系统性差异, 从而导致随机模型难以精确构建。如何进行精确定权, 是提高多系统伪距单点定位精度的关键问题。段举等^[3]利用 Helmert 方差分量估计确定了 GPS/GLONASS 组合伪距单点定位时两类观测值的权比 (约为 5:1), 结果表明相比于 GPS 或 GLONASS 单系统伪距单点定位, 双系统组合能使定位精度得到改善。何俊等^[4]比较了等权模型、高度角模型、Helmert 方差分量估计模型, GPS/GLONASS/北斗二号卫星导航系统 (BDS-2) 三系统组合伪距单点定位定位性能的差异, 结果表明后两者模型定位精度明显优于等权

模型, 但二者差异不大。李文凯等^[5]采用基于用户等效测距误差 (UERE) 的 Helmert 方差分量估计模型, 有效地提高了 GPS/GLONASS/Galileo/BDS-2 四系统组合伪距单点定位精度。随着北斗卫星导航系统 (BDS) 的迅速发展, 当前正处于 BDS-2 向 BDS-3 过渡阶段, BDS-2 与 BDS-3 观测值共存。张乾坤等^[6]针对二者的差异, 对北斗单系统伪距单点定位随机模型进行优化, 结果表明基于 UERE 的 Helmert 方差分量估计模型定位精度优于等权模型。

时至今日, 随着各系统的现代化建设不断加快, GNSS 的观测精度已经有了较大提升, 早些时期的结论可能不再适用。另一方面, 尚没有多系统组合伪距单点定位随机模型的研究覆盖当前所有可用的 GNSS 星座。因此, 需要对 GPS/GLONASS/Galileo/BDS-2/BDS-3 组合伪距单点定位的随机模型进一步研究。本文将四大 GNSS 系统的观测值划分为五类 (BDS 分为 BDS-2 和 BDS-3), 分别采用高度角模型、UERE 模型及基于二者的验后 Helmert 方差分量估计模型进行四系统组合伪距单点定位, 并对定位结果进行对比分析, 以研究多系统组合伪距单点定位时构建随机模型的最优方法。

收稿日期: 2021-01-04

资助项目: 国家自然科学基金项目 (41904030); 湖南省自然科学基金项目 (2020JJ5706); 广西空间信息与测绘重点实验室资助课题 (19-050-11-09)

通信作者: 潘林 E-mail: linpan@csu.edu.cn

1 多系统组合伪距单点定位数学模型

1.1 函数模型

顾及各系统间时间基准的差异,将 GPS 系统作为参考基准,对 GLONASS、Galileo 与 BDS 的基准统一后,四系统组合伪距单点定位观测方程^[7-8]可表示为

$$\begin{cases} P^G = \rho^G + c \cdot \tilde{d}_r - c \cdot dt_s^G + d_{\text{trop}}^G + d_{\text{ion}}^G + \varepsilon^G \\ P^R = \rho^R + c \cdot \tilde{d}_r + c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}} - c \cdot dt_s^R + d_{\text{trop}}^R + d_{\text{ion}}^R + \varepsilon^R \\ P^E = \rho^E + c \cdot \tilde{d}_r + c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}} - c \cdot dt_s^E + d_{\text{trop}}^E + d_{\text{ion}}^E + \varepsilon^E \\ P^C = \rho^C + c \cdot \tilde{d}_r + c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}} - c \cdot dt_s^C + d_{\text{trop}}^C + d_{\text{ion}}^C + \varepsilon^C \end{cases} \quad (1)$$

式中: P 为伪距观测值,上标 G、R、E、C 分别代表 GPS、GLONASS、Galileo、BDS 卫星; $\rho = \sqrt{(X_s - X_0)^2 + (Y_s - Y_0)^2 + (Z_s - Z_0)^2}$ 为站星几何距离,其中 (X_s, Y_s, Z_s) 为卫星坐标; (X_0, Y_0, Z_0) 为接收机坐标; c 为真空光速; $\tilde{d}_r$ 为接收机钟差; dt_s 为卫星钟差; $dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}}$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}}$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}}$ 为各系统与 GPS 间的系统时间差 (包含了接收机端伪距硬件延迟的影响); d_{trop} 为对流层延迟; d_{ion} 为电离层延迟; ε 为包含多路径效应的测量噪声。

设某历元观测到的 GPS、GLONASS、Galileo、BDS 卫星数分别为 k 、 l 、 m 、 n , 则经线性化后,可将误差方程表示为

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{L}, \quad (2)$$

式中: 改正数向量 $\mathbf{V}$ 为

$$\mathbf{V} = [v_1^G, \dots, v_k^G, v_1^R, \dots, v_l^R, v_1^E, \dots, v_m^E, v_1^C, \dots, v_n^C]^T, \quad (3)$$

v 为观测值改正数; 未知数向量 $\hat{\mathbf{x}}$ 为

$$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}_r, \hat{y}_r, \hat{z}_r, c \cdot dt_r, c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}}, c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}}, c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}}]^T, \quad (4)$$

$\hat{x}_r$ 、 $\hat{y}_r$ 、 $\hat{z}_r$ 为接收机三维坐标改正数; 设计矩阵 $\mathbf{B}$ 为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_1^G & b_1^G & c_1^G & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_k^G & b_k^G & c_k^G & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1^R & b_1^R & c_1^R & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_l^R & b_l^R & c_l^R & 1 & 1 & 0 & 0 \\ a_1^E & b_1^E & c_1^E & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_m^E & b_m^E & c_m^E & 1 & 0 & 1 & 0 \\ a_1^C & b_1^C & c_1^C & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n^C & b_n^C & c_n^C & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

a 、 b 、 c 为线性化系数; 常数项矩阵 $\mathbf{L}$ 为

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} P_1^G - \rho_1^G - c \cdot dt_r + c \cdot dt_{s,1}^G - d_{\text{trop},1}^G - d_{\text{ion},1}^G \\ \vdots \\ P_k^G - \rho_k^G - c \cdot dt_r + c \cdot dt_{s,k}^G - d_{\text{trop},k}^G - d_{\text{ion},k}^G \\ P_1^R - \rho_1^R - c \cdot dt_r - c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}} + c \cdot dt_{s,1}^R - d_{\text{trop},1}^R - d_{\text{ion},1}^R \\ \vdots \\ P_l^R - \rho_l^R - c \cdot dt_r - c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}} + c \cdot dt_{s,l}^R - d_{\text{trop},l}^R - d_{\text{ion},l}^R \\ P_1^E - \rho_1^E - c \cdot dt_r - c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}} + c \cdot dt_{s,1}^E - d_{\text{trop},1}^E - d_{\text{ion},1}^E \\ \vdots \\ P_m^E - \rho_m^E - c \cdot dt_r - c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}} + c \cdot dt_{s,m}^E - d_{\text{trop},m}^E - d_{\text{ion},m}^E \\ P_1^C - \rho_1^C - c \cdot dt_r - c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}} + c \cdot dt_{s,1}^C - d_{\text{trop},1}^C - d_{\text{ion},1}^C \\ \vdots \\ P_n^C - \rho_n^C - c \cdot dt_r - c \cdot dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}} + c \cdot dt_{s,n}^C - d_{\text{trop},n}^C - d_{\text{ion},n}^C \end{bmatrix}, \quad (6)$$

P 为伪距观测值, ρ' 、 dt_r 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}}$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}}$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}}$ 分别为 ρ 、 $\tilde{d}_r$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{R,G}}$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{E,G}}$ 、 $dt_{\text{sys}}^{\text{C,G}}$ 的近似值, 其他符号定义同上。

1.2 随机模型

设同一历元内, 各卫星观测值互不相关, 且测量误差服从正态分布, 则可得权阵

$$\mathbf{P} = \text{diag}(p_1, p_2, \dots, p_{n'}), \quad p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}, \quad (7)$$

式中: σ_0^2 为单位权方差; σ_i^2 为观测值方差, 可由高度角模型、UERE 模型或验后方差分估计等模型确定; n' 为观测值总数。综合函数模型及随机模型, 由最小二乘原理可求得未知参数改正数

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{L}. \quad (8)$$

式中, $\mathbf{N}$ 为法方程的系数矩阵。

由式 (7) 和式 (8) 可知, 随机模型构建不合理将会影响定位精度。为探究最优的构建方法, 本文选取了以下几种定权模型进行对比分析。

1.2.1 高度角模型

高度角可以间接反映卫星的观测值精度。当高度角较低时, 观测值含有较大的大气层延迟及多路径效应误差, 其精度较低, 故可以根据高度角的大小确定观测值方差^[9]。高度角模型有很多种, 本文采用正弦函数模型

$$\sigma_{\text{ele}}^2 = p^2 + \frac{q^2}{\sin(\alpha)}, \quad (9)$$

式中: p 、 q 为误差因子, 本文取 $p=3$ dm, $q=3$ dm; α 为高度角。基于高度角模型的定权公式为

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{i,\text{ele}}^2}. \quad (10)$$

1.2.2 UERE 模型

UERE 是与卫星及信号传播相关的各种误差源

对伪距测量影响的综合反映^[5-6],其表达式为

$$\sigma_{\text{URE}}^2 = \sigma_{\text{URA}}^2 + \sigma_{\text{ion}}^2 + \sigma_{\text{trop}}^2 + \sigma_{\text{mp}}^2 + \sigma_{\text{re}}^2, \quad (11)$$

式中: σ_{URA}^2 为用户测距精度 (URA), 可由广播星历中的用户测距精度指标 (URAI) 确定; σ_{ion}^2 、 σ_{trop}^2 为电离层延迟、对流层延迟经模型改正后遗留的误差, 本文分别采取 Klobuchar 模型和 Saastamoinen 模型进行二者的改正; σ_{mp}^2 、 σ_{re}^2 为多路径及接收机噪声引起的误差, 二者可由高度角模型确定, 即

$$\sigma_{\text{mp}}^2 + \sigma_{\text{re}}^2 \approx \sigma_{\text{ele}}^2. \quad (12)$$

基于 UERE 模型的定权公式为

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{i,\text{URE}}^2}. \quad (13)$$

1.2.3 Helmert 方差分量估计模型

实践证明, 利用先验方差构建的随机模型一般是不够精确的, 为了提高随机模型精度, 可采用验后估计调整权阵^[10]. 验后估计的方法很多, 本文采用 Helmert 方差分量估计, 将 GPS 观测值分为第一类, GLONASS 观测值分为第二类, Galileo 观测值分为第三类, BDS-2 观测值分为第四类, BDS-3 观测值分为第五类.

按上述分类原则, 将式 (2) 重写为

$$\begin{cases} V_1 = B_1 \hat{x} - L_1 \\ V_2 = B_2 \hat{x} - L_2 \\ V_3 = B_3 \hat{x} - L_3 \\ V_4 = B_4 \hat{x} - L_4 \\ V_5 = B_5 \hat{x} - L_5 \end{cases}. \quad (14)$$

依先验模型定权及初次平差后, 按 Helmert 方差分量估计近似计算公式计算各类观测值单位权方差

$$\sigma_{0_i}^2 = \frac{V_i^T P_i V_i}{n_i - \text{tr}(N^{-1} N_i)}. \quad (15)$$

式中: P_i 为第 i 类观测值的权阵; n_i 为第 i 类观测值个数; $N_i = B_i^T P_i B_i$. 解得单位权方差后, 对各类观测值的权进行调整

$$P_i^{k+1} = \frac{P_i^k}{\sigma_{0_i}^2}. \quad (16)$$

Helmert 方差分量估计需迭代计算, 其计算步骤如下:

- 1) 将观测值分类后, 依据先验随机模型定权;
- 2) 平差计算, 求得参数估值 $\hat{x}$ 及各类观测值改正数向量 $V_1, \dots, V_5$, 同时构建系数阵 $N_1, \dots, N_5$;
- 3) 按式 (15) 计算各类观测值单位权方差 $\sigma_{0_i}^2$, 之后按式 (16) 调整权阵 P ;

- 4) 反复进行第 2)、第 3) 步, 直至收敛. 本文迭代终止条件为 $|\sigma_{0_i}^2 - \sigma_{0_j}^2| \leq 0.001$, 其中 $i, j = 1, 2, \dots, 5$ 且 $i \neq j$.

2 实验与结果分析

2.1 实验数据

为了分析不同定权模型对四系统伪距单点定位精度的影响, 本文在全球范围内选取了 10 个多 GNSS 实验跟踪网 MGEX (Multi-GNSS Experiment) 观测站, 其分布如图 1 所示. 各测站选取自 2020 年 4 月 5 日至 4 月 11 日连续 7 天的观测数据, 采样率为 30 s, 截止高度角设为 10° . 所有测站数据均包含 GPS、GLONASS、Galileo、BDS-2 及 BDS-3 观测值.

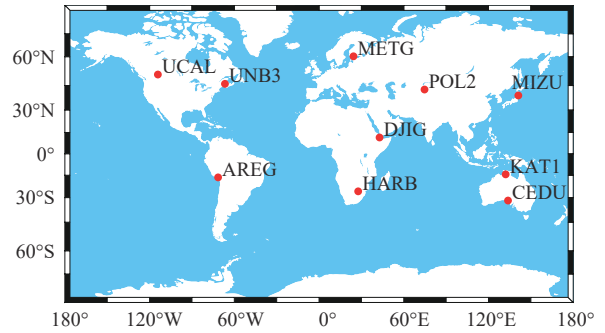


图 1 2020 年 4 月 5 日至 4 月 11 日各 MGEX 测站分布图

2.2 可见卫星数及 PDOP 分析

表 1 给出了各测站 7 天平均可见卫星数及位置精度因子 (PDOP) 均值. 从表中可知, GPS、GLONASS、Galileo 可见卫星数在全球范围内变化相对较小, 分别为 8~9 颗, 5~7 颗, 4~7 颗. 相比之下, BDS 卫星数变化较大. 当测站位于 $30^\circ\text{E} \sim 50^\circ\text{E}$ 时, 可观测到的 BDS

表 1 各站 7 天平均可见卫星数及 PDOP 值

测站名	PDOP	平均可见卫星数					
		GPS	GLONASS	Galileo	BDS-2	BDS-3	总数
AREG	1.0	9.1	5.9	6.7	0.9	5.4	28.1
CEDU	1.0	8.6	5.3	4.1	9.8	5.1	33.0
DJIG	0.9	9.7	5.9	6.9	7.3	5.7	35.5
HARB	1.0	8.9	5.9	6.5	5.0	5.2	31.5
KAT1	0.9	9.3	5.7	6.2	11.2	5.5	37.9
METG	0.9	9.5	7.1	7.0	4.4	3.8	31.7
MIZU	1.0	8.7	5.5	6.3	6.6	1.7	28.8
POL2	0.9	8.6	6.2	6.3	7.6	7.2	35.9
UCAL	1.0	8.7	6.7	6.5	1.6	3.5	27.0
UNB3	1.0	8.7	6.4	6.4	0.9	6.9	29.2

卫星数为 8~17 颗, 其中 BDS-2 与 BDS-3 分别为 4~11 颗、5~8 颗 (MIZU 站由于硬件原因仅能观测到 1~3 颗 BDS-3 卫星), 而当测站位于 60°W~120°W 时, 由于无法观测到 BDS 地球静止轨道 (GEO) 卫星与倾斜地球同步轨道 (IGSO) 卫星, 其可见 BDS 卫星数下降至 5~8 颗, 其中 BDS-2 与 BDS-3 分别为 0~2 颗、3~7 颗. 从上述测站平均结果来看, 各站单历元可见卫星数为 31.9 颗, PDOP 值为 1.0, 这说明多系统组合能明显增加可见卫星数, 并且基于更多的观测值能够提升卫星与用户间几何图形强度, 降低 PDOP 值.

2.3 结果分析

分别采用高度角模型 (ele)、UERE 模型 (uere)、基于高度角的 Helmert 模型 (ele+hel) 及基于 UERE 的 Helmert 模型 (uere+hel) 对各站 7 天的观测数据进行解算. 将解算结果与国际 GNSS 服务 (IGS) 提供的测站坐标对比, 计算各方向的定位误差. 首先根据各测站单天定位误差序列计算均方根 (RMS) 统计值, 然后对每个测站连续 7 天的 RMS 统计值取平均, 结果如图 2 所示. 表 2 进一步给出了各站的平均结果.

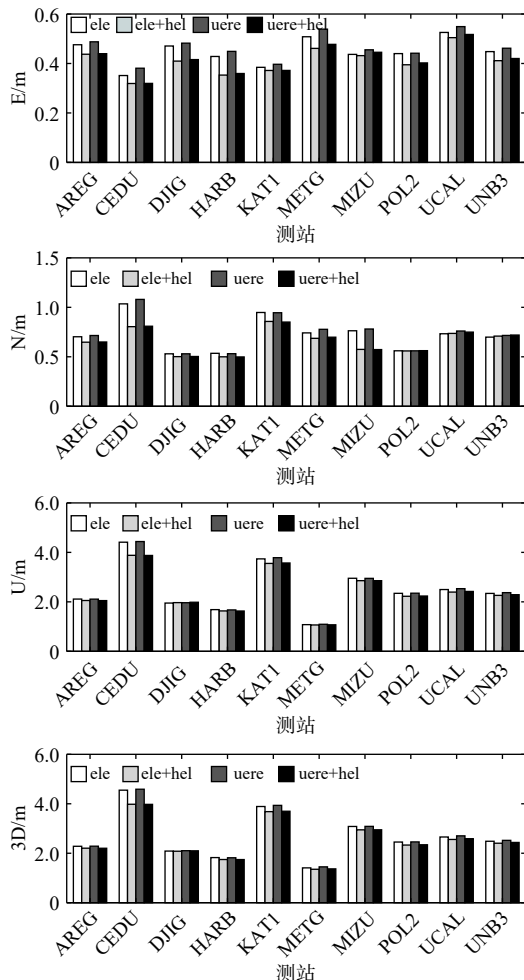


图 2 各站 7 天平均定位精度

表 2 第三列与第五列括号中的百分数为 Helmert 方差分量估计模型相对于相应先验模型定位精度的改善率. 由表 2 及图 2 可以看出, 相较于先验高度角模型, 基于高度角的 Helmert 模型定位精度在东 (E)、北 (N)、天 (U) 三方向上分别提高了 4%~17%、6%~24%、2%~12%, 在三维 (3D) 方向上, 定位精度平均提高了 0.143 m. 相较先验 UERE 模型, 基于 UERE 的 Helmert 模型定位精度在三个方向上分别提高了 6%~20%、5%~27%、2%~12%, 在 3D 方向上, 定位精度平均提高了 0.155 m. 以上结果说明, 验后的 Helmert 估计模型定权更为精确, 其各方向的定位误差更小, 能够更好地反映不同观测值之间的差异, 从而提高伪距单点定位精度.

表 2 不同定权模型平均定位精度对比

方向	ele/m	ele+hel/m	提升 百分比/%	uere/m	uere+hel/m	提升 百分比/%
E	0.447	0.409	8	0.464	0.417	10
N	0.725	0.658	9	0.740	0.661	11
U	2.511	2.389	5	2.527	2.398	5
3D	2.672	2.529	5	2.695	2.540	6

由于各测站所处的地理环境不同、各星座可见卫星数差异明显, 这使得 Helmert 方差分量估计后各站各方向的定位精度提升率也不同. 由图 1 及表 1 可知, CEDU、KATI 测站位于澳洲, 能够观测到大量卫星, 两站 3D 方向的定位精度分别提升了约 0.57 m 和 0.21 m. 相对的, 位于北美地区的 UCAL 及 UNB3 站由于纬度高、可见卫星数较少 (其中 BDS-2 可见卫星数只有 0~2 颗, 远少于 BDS-3 卫星), 在 Helmert 方差分量估计后, 两站 3D 方向的精度改善仅有几个厘米, 并且在 N 方向出现了略微变差的情况. 故只有当卫星数量充足且星座间差异不大时, Helmert 方差分量估计才能够达到最佳性能.

进一步分析表 2 可知, 不同先验模型及验后模型间的解算精度也有不同. 图 3 展示了高度角模型较 UERE 模型、基于高度角的 Helmert 模型较基于 UERE 的 Helmert 模型在 3D 方向定位精度的提升度 (负值时表示精度降低). 从图 3 可以看出, 对于大部分测站, 高度角模型比 UERE 模型定位精度提升了 0.4~4.6 cm, 平均提升 2.3 cm, 基于高度角的 Helmert 模型比基于 UERE 的 Helmert 模型定位精度提升了 0.2~3.1 cm, 平均提升 1.1 cm. 以上说明高度角模型优于 UERE 模型, 且基于高度角的 Helmert 模型结果最优.

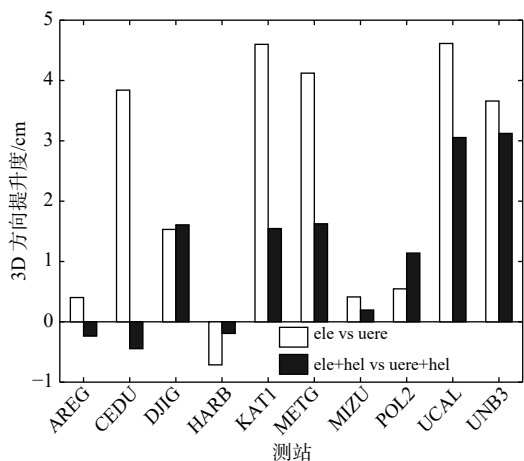


图 3 先验及验后高度角模型相比于相应 UERE 模型 3D 方向定位精度提升度

出现上述现象的原因,可能是 UERE 模型考虑的因素太多,削弱了高度角模型的优势.表 3 给出了 KAT1 测站在 2020 年 4 月 5 日一天中部分卫星在不同时刻的观测值方差具体构成.从表中可以看出,UERE 模型主要由 URA 及电离层误差决定,URA 是一些固定常数,电离层误差由模型计算所得,并不精确.计算 UERE 时,由于二者与高度角误差相差一至两个数量级,在利用式 (11) 求和后削弱了高度角相关测量误差的贡献,因而影响了定位精度.部分低纬测站出现了 UERE 模型更优的情况,但定位精度仅有约 2~4 mm 的微小提升,并不明显.综上所述,建议在四系统融合伪距单点定位时采用基于高度角的 Helmert 模型定权,以达到最优结果.

表 3 UERE 模型观测值方差具体构成

卫星	时刻	高度角	UERE/m ²	$\sigma_{ele}^2/\text{m}^2$	$\sigma_{URA}^2/\text{m}^2$	$\sigma_{ion}^2/\text{m}^2$	$\sigma_{trop}^2/\text{m}^2$
G15	15:15:00	40°50'20"	7.514	0.228	5.760	1.368	0.158
	17:25:00	25°11'4"	8.523	0.301	5.760	2.135	0.326
	18:11:00	15°1'14"	10.198	0.437	5.760	3.303	0.698
G20	02:25:30	11°54'41"	39.209	0.526	5.760	31.965	0.959
	21:37:00	50°8'58"	8.835	0.207	5.760	2.749	0.120
	23:03:00	80°36'17"	8.813	0.181	5.760	2.796	0.076
E11	04:08:30	80°21'15"	17.350	0.181	11.560	5.532	0.076
	05:36:30	60°22'48"	18.897	0.194	11.560	7.048	0.096
	07:21:30	20°5'45"	37.750	0.352	11.560	25.380	0.457
C08	01:58:30	40°34'42"	15.591	0.228	5.760	9.443	0.160
	07:02:30	70°55'4"	11.758	0.185	5.760	5.730	0.082
	08:17:00	50°9'23"	13.690	0.207	5.760	7.603	0.120

3 结 论

本文聚焦于多系统融合伪距单点定位时随机模型的构建,将观测值分为了五大类(BDS分为BDS-2和BDS-3),采用先验高度角模型、先验 UERE 模型及基于二者的验后 Helmert 方差分量估计模型,对 10 个多 GNSS 实验跟踪网 MGEX 观测站连续 7 天的观测数据进行解算,得出以下结论:

1) 与先验模型相比,验后 Helmert 方差分量估计模型定权更合理、解算结果更优,3D 定位精度平均提升了 15 cm. 当卫星数足够多且星座间差异不大时,Helmert 方差分量估计模型能发挥最优性能.

2) 基于高度角模型的伪距单点定位定位结果优

于 UERE 模型,3D 定位精度约有 2~3 cm 的提升,且基于高度角的 Helmert 模型定位结果最优.

参考文献

[1] 高晓,戴吾蛟.基于方差分量估计确定GPS/BD2组合定位先验权比[J].大地测量与地球动力学,2013,33(2): 136-138.

[2] 何帆,高成发,潘树国,等.方差分量估计在多卫星导航系统联合定位中的应用[J].导航定位学报,2013,1(3): 56-61.

[3] 段举举,沈云中.基于方差分量估计的GPS/GLONASS组合单点定位[J].测绘通报,2011(4): 4-6.

[4] 何俊,袁小玲,曾琪,等.GPS/BDS/GLONASS组合单点定位研究[J].测绘科学,2014,39(8): 124-128, 170.

[5] 李文凯,高俊强,栗广才.一种多系统组合单点定位随机模

- 型的确定方法[J]. 测绘工程, 2017, 26(7): 60-65.
- [6] 张乾坤, 刘小生. 一种北斗混合系统单点定位随机模型的优化方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2020, 40(7): 756-760.
- [7] PAN L, CAI C, SANTERRE R, et al. Performance evaluation of single-frequency point positioning with GPS, GLONASS, BeiDou and Galileo[J]. *Survey review*, 2017, 49(354): 197-205. DOI: [10.1080/00396265.2016.1151628](https://doi.org/10.1080/00396265.2016.1151628)
- [8] 李征航, 黄劲松. GPS测量与数据处理[M]. 第3版. 武汉: 武汉大学出版社, 2016.
- [9] 戴吾蛟, 丁晓利, 朱建军. 基于观测值质量指标的GPS观测量随机模型分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2008, 33(7): 718-722.
- [10] 崔希璋, 於宗俦, 陶本藻, 等. 广义测量平差[M]. 第2版. 武汉: 武汉大学出版社, 2009.

作者简介

张哲浩 (1998—), 男, 硕士研究生, 研究方向为 GNSS 数据处理.

潘林 (1989—), 男, 博士, 副教授, 硕士研究生导师, 研究方向为 GNSS 数据处理.

Research on a priori and posterior weighting methods for Multi-GNSS combined single point positioning

ZHANG Zhehao¹, PAN Lin^{1,2}

(1. School of Geoscience and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China;

2. Guangxi Key Laboratory of Spatial Information and Geomatics, Guilin 541004, China)

Abstract: When using multi-system code observations to conduct the pseudo range single point positioning, a reasonable stochastic model needs to be determined. In this paper, the datasets from ten multi-system stations MGEX(Multi-GNSS Experiment) on seven consecutive days are selected to compare the positioning performance of pseudo range single point positioning with the elevation-dependent model and the user equivalent range error (UERE) model, as well as the posterior Helmert variance component estimation model based on the two a priori models. The observations from the four Global Navigation Satellite Systems (GNSS) are divided into five groups. The results show that the positioning accuracy can be improved when adopting the Helmert variance component estimation model. The positioning accuracy of the elevation-dependent model is better than that of the UERE model. The Helmert variance component estimation model based on the elevation-dependent weighting strategy achieves the best positioning performance.

Keywords: multi-system combination; stochastic model; pseudo range single point positioning; Helmert variance component estimation; a priori weighting